
REMÉDIATIONS POLYNÔMES 1

Attention, il peut y avoir des complexes.

EXERCICE 1 - En pratique!

Calculer le quotient et le reste de la division euclidienne de

1. $X^4 + 5X^3 + 12X^2 + 19X - 7$ par $X^2 + 3X - 1$;
2. $X^4 - 4X^3 - 9X^2 + 27X + 38$ par $X^2 - X - 7$;
3. $X^5 - X^2 + 2$ par $X^2 + 1$.

EXERCICE 2 - Expression du reste

Soit $P \in \mathbb{K}[X]$, soit $a, b \in \mathbb{K}$ avec $a \neq b$.

1. Soit R le reste de la division euclidienne de P par $(X - a)(X - b)$. Exprimer R en fonction de $P(a)$ et de $P(b)$.
2. Soit R le reste de la division euclidienne de P par $(X - a)^2$. Exprimer R en fonction de $P(a)$ et de $P'(a)$.

EXERCICE 3 -

Quel est le reste de la division euclidienne de $(X + 1)^n - X^n - 1$ par

$$1. X^2 - 3X + 2 \quad 2. X^2 + X + 1 \quad 3. X^2 - 2X + 1?$$

EXERCICE 4 - Carrés

Soient a, b des réels, et $P(X) = X^4 + 2aX^3 + bX^2 + 2X + 1$. Pour quelles valeurs de a et b le polynôme P est-il le carré d'un polynôme de $\mathbb{R}[X]$?

EXERCICE 5 - A paramètres

Donner une condition nécessaire et suffisante sur $(\lambda, \mu) \in \mathbb{C}^2$ pour que $X^2 + 2$ divise $X^4 + X^3 + \lambda X^2 + \mu X + 2$.