Lundi 29/11 : (difficile)

1. En expliquant correctement, justifier la dérivabilité et donner la dérivée de la fonction f définie par $f(x) = x^x$.
2. Donner les primitives de $\dfrac{4x-6}{x^2-3x+1}$ et de $tan(x) + tan^3(x)$ (factoriser par $tan(x)$).
3. Soit $a \in R$, on considère la suite (u_n) définie par $u_{n+2} = (a+1)u_{n+1} - au_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ et $u_0 = 0$ et $u_1 = 1$. Donner, l'expression de (u_n) en fonction de n.
4. Soit $k \in]0,1[$, supposons que $\forall x, y \in \mathbb{R}$, $|f(x) - f(y)| \leqslant k|x-y|$, et supposons qu'il existe l tel que $f(l) = l$.
On considère la suite (u_n) définie par $u_{n+1} = f(u_n)$ et u_0 quelconque. Justifier que $|u_{n+1} - l| \leqslant k|u_n - l|$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ et en déduire, (avec une étape hein) que $u_n \to l$.

Mardi 30/11 : (plus facile)

1. Discuter de la continuité de la fonction

$$f : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \left\{ \begin{array}{lll} \dfrac{e^{x^2}-1}{x^2} & si & x \neq 0 \\ 1 & si & x = 0 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

2. On considère $P(x) = x^2 + bx + c$.
On suppose qu'il existe x_0 tel que $P(x_0) < 0$.
On considère la suite (u_n) définie par $u_{n+2} = -bu_{n+1} - cu_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
Justifier qu'il existe $\lambda, \beta, r_1, r_2 \in \mathbb{R}$, tel que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \lambda r_1^n + \beta r_2^n$.
3. Justifier la dérivabilité et donner la dérivée de $f(x) = ln(tan(x))$ sur $]0;\pi/2[$
4. Soit une fonction définie sur $\mathbb{R}$. Discuter des implications suivantes :
Si f est continue sur $\mathbb{R}$ alors f^2 aussi.
Si f^2 est continue sur $\mathbb{R}$ alors f aussi.