

Lundi 21/03 :

1. Donner un équivalent de u_n dans les trois cas suivants :

(a) $u_n = \frac{\exp(1/n)n - n}{\ln(e^{1/n} + 1)}$

(b) $u_n = \tan(e^{-n})e^n(n+1)$

(c) $u_n = \frac{1}{\sqrt[3]{1+1/n}} - 1$

2. Donner un équivalent de u_n si $\forall n \in \mathbb{N}^*, \ln(n^n) - n + 2 \leq u_n \leq n \ln(n) + n + 1$

3. Discuter de la nature de la série $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n-1}$

4. On considère l'expérience aléatoire suivante. On jette une pièce n fois de façon indépendante. Puis on remplit une urne avec autant de boules blanches que de piles obtenus et de boules noires que de faces, et on effectue un tirage. On note X le nombre de piles obtenus, et Y le résultat du tirage dans l'urne (0 pour blanc, 1 pour noir). Donner les lois de X et Y ainsi que leur espérance.

Mardi 22/03 :

1. Donner un équivalent de u_n dans les trois cas suivants :

(a) $u_n = \frac{n + \ln(n)n + 3}{2^n + n}$

(b) $u_n = \sin\left(\frac{1}{1+n\sqrt{n}}\right)$

(c) $u_n = (1 + e^{-n})^{17} - 1$

2. Justifier que, pour tout $k \in \mathbb{N}$, $\arctan(k) \leq \int_k^{k+1} \arctan(x) dx \leq \arctan(k+1)$

3. On considère l'expérience aléatoire suivante. On jette une pièce $2n$ fois de façon indépendante. Puis on remplit une urne avec autant de boules blanches que de piles obtenus et de boules noires que de faces, et on effectue deux tirages sans remise. On note X le nombre de piles obtenus, et Y le nombre de boules noires obtenues. Donner les lois de X et Y .

4. Discuter de la nature de la série $\sum ne^{-n}$.