

Lundi 14/03 :

1. Soit $(X_n)_n$ des variables aléatoires finies de même support $I \subset \mathbb{N}$, telles que pour tout $j \in I$, $P_{X_{n-1}=j}(X_n = 0) = \frac{1}{2}$. Montrer à l'aide de la FPT que $P(X_n = 0) = \frac{1}{2}$.
2. Donner la dimension de $S_2(\mathbb{R})$.
3. Donner le rang de $\{(1, 2, 3), (1, -1, 2), (1, 8, 5)\}$.
4. Montrer que $\text{Vect}(1, X - 1, X^2 - 3X + 2) = \mathbb{R}_2[X]$. Montrer que $\text{Vect}((1, 0, 1), (0, 1, 1), (1, 0, 0)) = \mathbb{R}^3$

Mardi 15/03 :

1. On regarde un mobile qui se déplace sur un axe durant n sauts exactement. Les sauts sont de taille 1 ou 2 et, sachant que le mobile est à une position k quelconque, il a une probabilité $1/2$ de faire un saut de 1. On note X la position du mobile à la fin des n sauts. Donner $P(X = 2n)$ et $P(X = n)$.
2. Donner le rang de $\{1, X - 1, X - 2, X^2 - 3, X^2 - X\}$
3. On se rappellera de la dimension de $A_3(\mathbb{R})$. Montrer que $A_3(\mathbb{R}) = \text{Vect}\left(\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}\right)$
4. Donner la dimension de $F = \{P \in \mathbb{R}_2[X] \mid P(1) = 0\}$ (on admet qu'il s'agit d'un sev) en prouvant que : $F \neq \mathbb{R}_2[X]$ et que $\{(X - 1), X^2 - 1\}$ est une famille de F libre.