

Lundi 13/12 :

1. Montrer $A^n = \begin{pmatrix} \frac{2(-1)^n}{3} + \frac{2^n}{3} & \frac{-2(-1)^n}{3} + \frac{2^{n+1}}{3} \\ \frac{-(-1)^n}{3} + \frac{2^n}{3} & \frac{(-1)^n}{3} + \frac{2^{n+1}}{3} \end{pmatrix}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, si $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

2. La matrice C suivante est elle inversible ? Si oui, donner son inverse : $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$

Faire de même avec $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

3. Soit A une matrice non diagonale, telle que $A^4 = 3A^3$. Justifier que A n'est pas inversible.

4. Calculer les puissances de $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Mardi 14/12 :

1. Soit A une matrice de taille n et X la matrice ligne ne contenant que des 1, exprimer à l'aide d'une somme double le résultat de $XA'X$

2. Soit M une matrice telle que $M = PDP^{-1}$. Réduire aux maximum M^n .

Comment calculer M^n si D est diagonale ?

3. Soit A une matrice tel que $A^5 = 0$. En calculant $(A - I)(I + A + \dots + A^4)$, justifier que $A - I$ est inversible et donner son inverse.

4. Discuter de la continuité et la dérivabilité de f en 0 si $f : \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \begin{cases} x^2 \cos(1/x) \\ 0 \end{cases} \text{ si } x \neq 0 \\ \text{si } x = 0 \end{cases}$