

Lundi 10/01 :

1. Soit L une matrice carrée telle que $L^2 + 3L + 2I = 0$. Montrer que L est inversible et donner son inverse.
2. Soit f bijective de I vers J , dérivable telle que pour tout $x \in I$, $f'(x) = \cos(f(x))^2 + 1$. Justifier rapidement que f est dérivable et donner $f^{-1}(y)$ pour tout $y \in J$.
3. Soit (u_n) une suite telle que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} \leq \frac{u_n}{3}$. Justifier que $u_n \rightarrow 0$, en montrant que $u_n \leq \frac{\dots}{\dots}$
4. Soit A_1, \dots, A_n, \dots une suite d'événement, montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $P\left(\bigcup_{k=1}^n A_k\right) \leq P\left(\bigcup_{k=1}^{n+1} A_k\right)$

Mardi 11/01 :

1. Soit D un événement, montrer que pour tout A événement, $P(D) = P(A)(P_A(D) - P_{\bar{A}}(D)) + P_{\bar{A}}(D)$
2. Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R} tel que $f(a) = a$ et $f(b) = b$. Justifier avec un théorème du cours qu'il existe $c \in]a, b[$ tel que $f'(c) = 1$.
3. Soit A_1, \dots, A_n, \dots une suite d'événement, montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $P\left(\bigcap_{k=1}^n A_k\right) \geq P\left(\bigcap_{k=1}^{n+1} A_k\right)$
4. Soit L une matrice non nulle, telle que $L^3 = 0$. Montrer que L n'est pas inversible.