

Lundi 16/05 :

1. Donner la nature et la valeur des intégrales impropres suivantes :

$$- \int_0^{+\infty} \frac{2t}{(1+2t^2)^2} dt$$

$$- \int_0^1 \frac{1}{\tan(x)^2} + 1 dx$$

2. Donner la nature des intégrales suivantes :

$$- \int_0^1 \frac{\sin(t)}{\ln(t)} dt$$

$$- \int_0^{+\infty} \frac{2t}{(1+2t^2)^2} dt$$

3. Montrer à l'aide d'un changement de variables ($u : t \mapsto 1/t$) que les intégrales suivantes sont de même nature :

$$- \int_0^1 \frac{\ln(t)}{e^{1/t}} dt$$

$$- \int_1^{+\infty} \frac{\ln(u)}{u^2 e^u} du$$

4. On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$, $I_n = \int_1^{+\infty} t^n e^{-t} dt$. On admet (montrer le si possible) que pour tout $n \in \mathbb{N}$, I_n converge. Donner une relation de récurrence sur la suite (I_n) .

Mardi 17/05 :

1. Donner la nature et la valeur des intégrales impropres suivantes :

$$- \int_0^1 \frac{1}{t \ln(t)} dt$$

$$- \int_0^{+\infty} \frac{1}{e^t - 1} dt$$

2. Donner la nature de l'intégrale suivante : $\int_0^{+\infty} \frac{\sin(t)}{t \ln(t)} dt$

3. Discuter, suivant la valeur de α de la nature de $\int_0^1 \frac{e^t - 1}{t^\alpha} dt$.

4. On considère une fonction continue f et on suppose que $\int_0^{+\infty} f(t) dt$ converge. Montrer que pour toute suite (x_n) et (y_n) tendant vers $+\infty$ alors $\int_{x_n}^{y_n} f(t) dt$ converge vers 0. (Indice, utiliser $F : x \mapsto \int_0^x f(t) dt$)