
FEUILLE REMÉDIATIONS LIMITES

EXERCICE 1 - Limites et opérations

Déterminer les limites suivantes si elles existent :

$$1. \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(5 - \frac{4}{(x-3)^2} \right) \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4 \ln(x + \frac{1}{2})}{x}$$

EXERCICE 2 - Limites et quotients

Calculer les limites suivantes si elles existent. On pourra étudier le signe du dénominateur.

$$\begin{array}{ll} 1. \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x^2 - 11x + 28}{x^2 - 25} & 2. \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{x^2 - 11x + 28}{x^2 - 25} \\ 3. \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x^2 - 9x + 20}{x^2 - 25} & 4. \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{x^2 - 9x + 20}{x^2 - 25} \end{array}$$

EXERCICE 3 - Limite et composée de fonctions

On souhaite déterminer les limites en 0^+ et en $+\infty$ de la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{\frac{4x+1}{x}}$.

1. Écrire la fonction f sous la forme $f(x) = \sqrt{g(x)}$, où g est une fonction que l'on déterminera.
2. Déterminer les limites de g en 0^+ et en $+\infty$.
3. Conclure.

EXERCICE 4 - Mise en facteur du terme dominant

Déterminer les limites suivantes :

$$\begin{array}{ll} 1. \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2x} - e^x & 2. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x} + 1}{x + 3} \\ 3. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{xe^x + 2e^x - 5}{e^x - 3} & 4. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x \sin x}{x^2 + x \cos x} \end{array}$$

EXERCICE 5 - Calcul de limites

Étudier les limites suivantes :

$$\begin{array}{ll} 1. \frac{1}{1-x} - \frac{2}{1-x^2} \text{ en } 1 & 2. \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} \text{ en } 1 \\ 3. \frac{x^3+x+5}{5x^3+7x^2+8} \text{ en } +\infty & 4. \sqrt{x^2+2x}-x \text{ en } +\infty \\ 5. x^5 e^{-x^2} \text{ en } +\infty & 6. \frac{x+\cos x}{x+\sin x} \text{ en } +\infty \\ 7. \frac{x \ln x + 7}{x^2 + 4} \text{ en } +\infty & 8. \frac{4 \sin^2 x + 3 \cos(5x)}{x} \text{ en } +\infty \end{array}$$

EXERCICE 6 - Calculs de limites

Étudier les limites suivantes :

$$\begin{array}{ll} 1. \frac{e^{3x} + 2x + 7}{e^x + e^{-x}} \text{ en } +\infty & 2. \frac{\sqrt{1+x} - (1 + \frac{x}{2})}{x^2} \text{ en } 0 \\ 3. \frac{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}{\sqrt{x+1}} \text{ en } +\infty & 4. \frac{\sqrt{2x^2 + 5x + 9} - 3}{x} \text{ en } 0 \\ 5. \sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x} \text{ en } +\infty & \end{array}$$

EXERCICE 7 - Avec la partie entière

Étudier les limites à droite en 0 des fonctions suivantes :

$$f : x \mapsto \left[\frac{1}{x} \right], \quad g : x \mapsto x \left[\frac{1}{x} \right], \quad h : x \mapsto x^2 \left[\frac{1}{x} \right].$$

EXERCICE 8 - Partie entière (bis)

Soient a et b deux réels strictement positifs. Étudier et déterminer, si elles existent, les limites en 0 des fonctions $f : x \mapsto \frac{x}{a} \left[\frac{b}{x} \right]$ et $g : x \mapsto \left[\frac{x}{a} \right] \frac{b}{x}$.