

Kholle B MP : 18/10/2021

Robin Loris

1 Exercices

1. On considère la courbe paramétrée définie par

$$\begin{cases} x = 3t^2 \\ y = 2t^3 \end{cases}$$

- (a) Étudier la courbe.
- (b) Donner une équation de la tangente et de la normale en le point M de paramètre t .
- (c) Déterminer les droites qui sont à la fois tangentes et normales à cette courbe.

2. Donner les primitives des fonctions suivantes :

(a) $\frac{1}{\sqrt{1+e^{2x}}}$

(b) $\frac{\sin(x)}{1+\sin(x)^2}$

(c) $\frac{x+1}{\sqrt{2-x^2}}$

(d) Calculer $\int_0^1 \frac{x}{x^3+1} dx$

3. On pose $u_n = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Montrer que $u_n = 1 - \frac{\ln(2)}{n} + o\left(\frac{1}{n}\right)$

4. Calculer

$$\int \cos(\theta)^{2l} \sin(\theta)^{2m} d\theta$$

5. Soit $f \in C([0, 1], \mathbb{R})$. Établir

$$\int_0^\pi t f(\sin(t)) dt = \frac{\pi}{2} \int_0^\pi f(\sin(t)) dt$$

En déduire la valeur de

$$I_n = \int_0^\pi \frac{x \sin^{2n}(x)}{\sin^{2n}(x) + \cos^{2n}(x)} dx$$