

Kholle C : 07/12/2021

Robin Loris

1 Exercices

1. Une urne contient n boules numérotées de 1 à n , avec $n \geq 2$. On effectue deux tirages d'une boule avec remise dans cette urne. on note X (resp. Y) la VA égale au plus petit (resp. au plus grand) des deux numéros tirée. Déterminer la loi du couple (X, Y) , puis les lois marginales.
2. On désigne par n un entier naturel supérieur ou égal à 2 et on considère n variables aléatoire X_1, \dots, X_n indépendantes et suivant toutes la loi géométrique de paramètre p (avec $0 < p < 1$).
On pose $I_n = \text{Inf}(X_1, \dots, X_n)$ et $S_n = \text{Sup}(X_1, \dots, X_n)$.
 - (a) Montrer que pour tout $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$ et pour tout $k \in \mathbb{N}^*$, on a $P(X_i > k) = (1 - p)^k$.
 - (b) Déterminer pour tout $k \in \mathbb{N}^*$, la probabilité $P(I_n > k)$ puis en déduire la loi de I_n . En déduire I_n .
 - (c) Déterminer pour tout $k \in \mathbb{N}^*$, la probabilité $P(S_n \leq k)$ puis en déduire la loi de S_n .
 - (d) En déduire en utilisant la formule du binôme que $E(S_n) = \sum_{i=1}^n \binom{n}{i} \frac{(-1)^{i-1}}{1 - p^i}$.
3. (BONUS) Soit X une variable aléatoire suivant une loi géométrique de paramètre $p \in]0, 1[$. Calculer $E[X(x - 1) \dots (X - r + 1)]$