

# Kholle B MP : 18/11/2021

Robin Loris

## 1 Exercices

1. On considère la courbe paramétrée définie par

$$\begin{cases} x &= t - \sin(t) \\ y &= 1 - \cos(t) \end{cases}$$

(a) Donner l'ensemble de définition et le réduire au maximum pour l'étude.

(b) Étudier les variations.

(c) Donner  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{y(t) - y(0)}{x(t) - x(0)}$

(d) Tracer la courbe.

2. Montrer que

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(t)}{\cos(t) + \sin(t)} dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(t)}{\cos(t) + \sin(t)} dt = \frac{\pi}{4}$$

En déduire

$$\int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{1-t^2} + t}$$

3. Calculer pour tout  $n \in \mathbb{Z}$ , calculer

$$I_n = \int_0^\pi x \cos(nx) dx$$

4. Calculer pour  $a, b > 0$  :

$$\int \frac{1}{a \cos(\theta)^2 + b \sin(\theta)^2} d\theta$$

5. Calculer

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1 + \tan(x)) dx$$

6. Déterminer les points doubles de la courbe  $t \mapsto (\exp(\sin(2t)), \exp(\cos(t)))$ .