

# Kholles MPSI 19/09/2022, sujet C

## 1 Question de cours

Énoncer et démontrer le binôme de Newton.

## 2 Exercices

**Exercice 1.** Exprimer en fonction de  $n \in \mathbb{N}$  :

1.  $\sum_{k=2}^n n(4-k)$
2.  $\sum_{k=2}^{n+2} (k-2)^2$  (On effectuera un changement d'indice)
3.  $\sum_{k=1}^n \binom{n}{k} 2^k$

**Exercice 2.** Soit  $n, k \in \mathbb{N}^*$ . Réduire  $\frac{\binom{2n}{k+2}}{\binom{2n+1}{k+1}}$  et comparer les.

**Exercice 3.** Étudier la monotonie de la suite  $\left(\sum_{k=n+1}^{2n} \frac{1}{k}\right)_n$  et de la suite  $\left(\sum_{k=n}^{2n} \frac{1}{k}\right)_n$

**Exercice 4.** Soit  $A, B, C$  trois sous ensembles de  $E$ . Montrer que  $A \Delta B = A \Delta C \Leftrightarrow B = C$ .

## 3 Une question de recherche

**Exercice 5.** Soient  $E$  un ensemble,  $A_1, A_2, \dots, A_n$  et  $B_1, B_2, \dots, B_n$  deux familles de parties de  $E$  telles que pour tout  $1 \leq i \leq n$  on ait  $E = A_i \cup B_i$ . Démontrer que  $E = \left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) \cup \left(\bigcap_{i=1}^n B_i\right)$ .