

Kholle C 06/10/2020

1 Questions de cours

Énoncer les inégalités triangulaires et donner la preuve de $|x + y| \leq |x| + |y|$

2 Exercices

1. On définit f par $f(x) = x + \frac{\ln|x|}{|x|}$.
 - (a) Donner D_f .
 - (b) Étudier la parité de f .
 - (c) Faire l'étude de la fonction f sur $]0; +\infty[$. On pensera à faire l'étude du signe de $x^2 + 1 - \ln(x)$.
 - (d) Faire de même sur $] -\infty; 0[$ et donner le tableau de variation de f .
2. La fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$ définie par $f(x) = \frac{e^x + 2}{e^{-x}}$ est-elle bijective ? Si oui, donner sa bijection réciproque.
3. Soit f définie par $f(x) = \frac{x}{x+1}$. Déterminer $f \circ f \circ \dots \circ f(x)$ (composée n fois).
4. (Bonus) : On cherche à déterminer toutes les fonctions strictement croissantes telles que $\forall x \in \mathbb{R}, f \circ f(x) = x$. Soit f une telle fonction. Supposons que $f(x) \neq x$ pour un x . Trouver une absurdité et conclure.