

Kholles 03/10/2019

1 Questions de cours

Donner le théorème de la borne supérieure sans démonstration. Démontrer l'application suivante :
Soit $A \subset B$ où A est non vide, et où B est bornée. Montrer que $\sup(A) \leq \sup(B)$ après avoir justifier leur existence.

2 Exercices

1. Donner l'expression de (u_n) si $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 2$ et $u_0 = 2$.
2. On considère la suite $u_0 = 2$ et pour tout entier naturel n par :

$$u_{n+1} = 2u_n + 2n^2 - n$$

Montrer que la suite définie pour tout n par $v_n = u_n + 2n^2 + 3n + 5$. En déduire une expression de (u_n) .

3. Trouver a et b tel que $\frac{-6}{4k^2 - 1} = \frac{a}{2k + 1} - \frac{b}{2k - 1}$. En déduire $\sum_{k=0}^n \frac{1}{4k^2 - 1}$.
4. Montrer par l'absurde que la suite définie par $u_{n+1} = u_n^2 + e^{u_n} + 1$ diverge.
Montrer par récurrence que 3 divise $5^n - 2^n$ pour $n \geq 1$.
5. (Bonus) Pour $n \neq 0$, calculer $\sum_{k=0}^{n^2} \lfloor \sqrt{k} \rfloor$.