A Probabilités

A.1 Faire ses gammes

1 On tire une main de cinq cartes au hasard dans un jeu de 52 cartes.
Énoncer les évènements contraires des évènements :

- A : « Obtenir au moins un Roi ».
- B : « Toutes les cartes sont des coeurs ».

2 On pioche une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes et on s'intéresse à sa valeur.

1. Donner l'univers associé à cette expérience aléatoire.
2. Quelle est la probabilité de tirer un 10 ?
3. Quelle est la probabilité de tirer une figure ?

3 On lance un dé icosaédrique équilibré, dont les faces sont numérotées de 1 à 20.
On note les évènements :

- A : « on obtient un nombre pair »
- B : « on obtient un diviseur de 20 »
- C : « on obtient un multiple de 4 »

Écrire chaque évènement sous forme d'ensemble puis calculer leur probabilité.

A.2 Exercices d'entraînement

4 On lance un dé **équilibré** dont les six faces portent respectivement les numéros : 3 ; 3 ; 7 ; 8 ; 9 et 9.
On note les évènements :

- A : « le réultat est un multiple de 2 »
- B : « le résultat est un multiple de 3 »

1. Quelles sont les issues de cette expérience ?
2. Déterminer la loi de probabilité de cette expérience aléatoire.
3. Énoncer les évènement $A \cup B$ et $A \cap B$ puis les écrire sous forme d'ensembles.
4. Ces deux évènements sont-ils incompatibles ? *Justifier*.
5. Ces deux évènements sont-ils contraires ? *Justifier*.
6. On note E l'évènement « le nombre est multiple de 2 ou de 3 ». Énoncez l'évènement $\overline{E}$.

5 On lance un dé à six faces numérotées de 1 à 6. Les probabilités d'apparition des faces sont telles que : $P(\{1\}) = P(\{2\}) = P(\{3\}) = P(\{4\}) = P(\{5\}) = 0{,}1$. On ne donne pas $P(\{6\})$.

1. Calculer $P(\{6\})$.
2. On note :
   - A : « le numéro est un diviseur de 15 ».
   - B : « le numéro n'est pas un multiple de 3 »

   Les évènements A et B sont-ils incompatibles ?
3. Énoncer $A \cap B$ puis calculer $P(A \cap B)$.
4. Calculer $P(A)$ et $P(B)$.
5. Énoncer $A \cup B$ puis calculer $P(A \cup B)$.
6. Énoncer $\overline{A}$ puis calculer $P(\overline{A})$.

6 Dans une urne, on place huit jetons sur lesquels sont inscrites les lettres du mot « ECOLOGIE ».
On pioche un jeton au hasard.
On considère les évènements suivants :

- A : « on obtient une voyelle » ;
- B : « on obtient une lettre du mot PROPRE » ;
- C : « on obtient une lettre du mot VOYAGE » ;
- D : « on obtient une lettre du mot BRUN »

Écrire chaque évènement sous forme d'un ensemble des issues possibles et calculer leur probabilité.

7 On lance deux dés équilibrés, l'un rouge et l'autre noir. On s'intéresse à la somme des nombres obtenus apparus sur les faces de dessus.

- Le dé rouge porte les numéros 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 et 4.
- Le dé noir porte les numéros 2 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 5.

Dans le tableau à double entrée suivant, indiquez la somme obtenue.

	1	1	2	3	4	4
2						
2						
3						
4						
5						
5						

1. Combien y a-t-il d'issues ? Sont-elle équiprobables ? *Justifier*.
2. Déterminer la loi de probabilité de cette expérience aléatoire.
3. Sur quelle somme vaudrait-il mieux parier ?
4. Quelle est la probabilité que la somme soit supérieure ou égale à 6 ?

8 Dans un restaurant, sur 170 clients servis, 100 on pris une entrée et un plat, 110 ont pris un plat et un dessert. Parmi ces derniers, 80 ont pris l'entrée, le plat et le dessert. Certains n'ont pris qu'un plat sans entrée ni dessert.
On choisit au hasard une personne qui a mangé dans ce restaurant et on considère les évènements :

- A : « le client a pris une entrée »
- B : « le client a pris un dessert »

1. Déterminer $P(A)$, $P(B)$.
2. Décrire $A \cap B$ puis calculer $P(A \cap B)$.
3. Décrire $A \cup B$ puis calculer $P(A \cup B)$.
4. En déduire la probabilité qu'un client ait pris un plat seul.

9 Une usine fabrique des objets destinés à être commercialisés.
Sur 100 objets qui sortent de l'usine, en moyenne, 15 ont le défaut A, 7 ont le défaut B et 6 ont les deux défauts.
Calculer la probabilité qu'un objet n'ait aucun défaut.

A.3 Exercices d'approfondissement

10 On lance deux dés cubiques équilibrés numérotés de 1 à 6 et on s'intéresse à la somme obtenue.
Déterminer la loi de probabilité de cette expérience aléatoire.

11 On lance 4 fois d'affilée une pièce équilibrée.
Sur quel nombre d'apparitions de « pile » vaut-il mieux parier ? *Justifier*.

B Échantillonnage

B.1 Faire ses gammes

12 Pour chacune des situations ci-dessous, donner deux exemples d'échantillons de taille 5.

1. On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes et on s'intéresse à la valeur de la carte tirée.
2. On lance un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et on regarde le résultat obtenu.

13 Un sac contient 70 % de jetons verts.
On effectue 50 tirages avec remise et on note f la fréquence des jetons verts tirés.
Au seuil de 95%, à quel intervalle devrait appartenir f ?

14 Une urne contient des jetons verts et des jetons bleus.
On souhaite connaître la proportion de jetons verts.
On effectue $!mytex(n)$ tirages avec remise dans cette urne. On obtient $!mytex(v)$ jetons verts.
Estimer la proportion de jetons verts à l'aide d'un intervalle de confiance au seuil de 0,95%.

B.2 Exercices d'entraînement

15 Dans une chaine de production, on a prélevé 38 produits, et on a relevé 8 produits présentant un défaut.

1. Quelle est la proportion de produit présentant un défaut ?
2. Le responsable de la fabrication affirme que moins de 21% des produits présentent un défaut. Qu'en pensez-vous ?

16 Avant une élection, un candidat souhaite savoir s'il obtiendra la majorité, soit plus de 50% des voix, dès le premier tour.
Il organise alors un sondage sur un échantillon représentatif composé de 1000 votants.
Sur les 1000 personne interrogées, 821 annoncent vouloir voter pour lui.
Que peut-il en déduire ?

17 On souhaite estimer le nombre de gauchers dans une population.
Quelle doit être la taille minimale de l'échantillon pour obtenir un résultat avec une précision de 1%, au seuil de 95% ?