

A Fonctions carré et racine carrée

A.1 Découverte

1 Compléter le tableau de valeurs, tracer une allure de la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto x^2$, puis dresser son tableau de variations et son tableau de signes.

x	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3
$f(x)$									

2 Compléter le tableau de valeurs, tracer une allure de la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto \sqrt{x}$, puis dresser son tableau de variations et son tableau de signes.

x	0	$\frac{1}{4}$	1	4	9
$f(x)$					

A.2 Faire ses gammes

3 Comparer les nombres suivants sans utiliser la calculatrice. Justifier.

- $3^2; 4^2$
- $(-7)^2; (-5)^2$
- $(-8,05)^2; 8,05^2$
- $(-\pi)^2; (-4)^2$

4 Ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant, sans effectuer de calcul :

$$\left(\frac{1}{6}\right)^2; \pi^2; (-6)^2; 3,14^2; (-1)^2$$

5 Soit $f : x \mapsto \sqrt{x}$.

- Calculer $f(-2)$, $f(0)$ et $f(9)$.
- Pourquoi ne peut-on pas calculer la racine d'un nombre négatif?
- Quel est le domaine de définition de f ?
- Déterminer l'ordonnée à l'origine et le zéro de f .
- Répondre aux deux questions précédentes pour la fonction $g : x \mapsto \sqrt[3]{x}$.
NB : $\sqrt[3]{x}$, qui se lit « racine cubique de x » est le nombre qui élevé au cube vaut x .

6 Simplifier les expressions suivantes :

- $\sqrt{18}$
- $\sqrt{\frac{16}{3}}$
- $\sqrt{48}$
- $\sqrt{\frac{1}{2}}$

7 En justifiant, et sans utiliser la calculatrice, comparer les nombres suivants :

- $\sqrt{25}; \sqrt{49}$
- $\sqrt{12,1}; \sqrt{12,12}$
- $\sqrt{\frac{4}{17}}; \sqrt{\frac{3}{17}}$
- $2\sqrt{8}; 7$

A.3 Repérer des erreurs

Toutes les productions suivantes sont fausses. Expliquez pourquoi.

8 Si $-3 \leq x \leq 5$, alors on peut affirmer que $9 \leq x^2 \leq 25$.

A.4 Exercices d'entraînement

9 Soit x un réel tel que $3 < x \leq 7$.

En justifiant, déterminer un encadrement de :

- x^2
- $7x^2$
- $x^2 + 2$

10 Soit x un réel tel que $-5 \leq x < -2$. En justifiant, déterminer un encadrement de :

- x^2
- $2x^2 - 1$
- $-x^2 + 3$

11 Soit x un réel tel que $-1 \leq x < -\frac{1}{3}$. En justifiant, déterminer un encadrement de :

- $x^2 + \frac{1}{2}$
- $-5x^2 - 1$
- $-\frac{1}{4}x^2$

12 Dans chacun des cas, donner, en justifiant, un encadrement de \sqrt{x} .

- $1 < x < 2$
- $7 \leq 4x < 16$
- $4 < x < 12$
- $1,44 \leq x < \pi^2 + 2\pi + 1$

B Fonction inverse

B.1 Découverte

13 Compléter le tableau de valeurs ci-dessous, dresser une allure de la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{x}$, puis dresser son tableau de variations.

x	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3
$f(x)$										

B.2 Faire ses gammes

14 En justifiant, et sans utiliser la calculatrice, comparer les nombres suivants :

- $\frac{1}{7}; \frac{1}{8}$
- $-\frac{1}{5}; -\frac{1}{9}$
- $\frac{1}{\pi}; \frac{1}{\pi-1}$
- $-\frac{11}{35}; \frac{7}{24}$

15 Ranger l'inverse des nombres suivants dans l'ordre croissant :

$$-0,4; \frac{4}{7}; -1; \frac{4}{9}; -1,06; -0,03; \frac{5}{4}; -1,6; \frac{11}{4}$$

B.3 Repérer des erreurs

Toutes les productions suivantes sont fausses. Expliquez pourquoi.

16 La fonction inverse est décroissante sur \mathbb{R} .

B.4 Exercices d'entraînement

17 Déterminer un encadrement de $\frac{1}{x}$ dans chacun des cas, en justifiant :

1. $\frac{2}{7} < x \leq \frac{5}{8}$ 2. $-\frac{3}{2} \geq x > -\frac{5}{3}$

18 Déterminer le plus petit ensemble qui contient l'inverse de x dans chacun des cas :

1. $7 < x$ 2. $-5 \leq x < 0$ 3. $\frac{7}{2} \geq x > 0$ 4. $-\frac{1}{6} \leq x$

C Fonction cube**C.1 Découverte**

19 Compléter le tableau de valeurs ci-dessous, dresser une allure de la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto x^3$, puis dresser son tableau de variations.

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$f(x)$							

C.2 Faire ses gammes

20 En justifiant, et sans utiliser la calculatrice, comparer les nombres suivants :

1. $3^3; 5^3$ 2. $(-2)^3; 2^3$ 3. $(-45)^3; (-47)^3$ 4. $(-\frac{4}{3})^3; (-\frac{4}{7})^3$

21 Sans utiliser la calculatrice, ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant :

$$(-3)^3; \pi^3; \sqrt{3}^3; (\sqrt{2}-2)^3; 0$$

22 Sans utiliser la calculatrice, ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant :

$$-\frac{\pi^3}{8}; 5\sqrt{5}; 8; -\frac{27}{8}; -\frac{64}{125}; \sqrt{2}^3$$

23 Déterminer les racines cubiques des nombres suivants :

1. -64 2. $\frac{27}{8}$ 3. -8 4. $\frac{64\pi^3}{125}$

24 Déterminer les racines cubiques des nombres suivants :

1. $7\sqrt{7}$ 2. $\sqrt{216}$

D Fonction valeur absolue

25 Soit $f : x \mapsto |x|$.

- Calculer $|8|, |-8|, |0|$ et $|16-31|$.
- Que représente géométrique $|a-b|$, avec $a, b \in \mathbb{R}$?
- Tracer le graphique de f sur $[-5; 5]$ dans un repère orthonormé.
- Soit $g : x \mapsto \sqrt{x^2}$. A-t-on $f(x) = g(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$?

26 Soit $h : x \mapsto |x-4|$

- Compléter : $h(x) = \begin{cases} \dots & \text{si } \dots \\ \dots & \text{si } \dots \end{cases}$
- Détermine le domaine de définition, le(s) zéro(s) et l'ordonnée à l'origine de h .
- Tracer le graphique de h sur $[-10; 10]$ dans un repère orthonormé.

27 Soit $\varphi : x \mapsto |x+3|$

- Compléter : $\varphi(x) = \begin{cases} \dots & \text{si } \dots \\ \dots & \text{si } \dots \end{cases}$
- Détermine le domaine de définition, le(s) zéro(s) et l'ordonnée à l'origine de φ .
- Tracer le graphique de φ sur $[-10; 10]$ dans un repère orthonormé.