

**A Fonctions carré et racine carrée**

**A.1 Découverte**

1 Compléter le tableau de valeurs, tracer une allure de la courbe représentative de la fonction  $f : x \mapsto x^2$ , puis dresser son tableau de variations et son tableau de signes.

|        |    |    |    |                |   |               |   |   |   |
|--------|----|----|----|----------------|---|---------------|---|---|---|
| $x$    | -3 | -2 | -1 | $-\frac{1}{2}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | 1 | 2 | 3 |
| $f(x)$ |    |    |    |                |   |               |   |   |   |

2 Compléter le tableau de valeurs, tracer une allure de la courbe représentative de la fonction  $f : x \mapsto \sqrt{x}$ , puis dresser son tableau de variations et son tableau de signes.

|        |   |               |   |   |   |
|--------|---|---------------|---|---|---|
| $x$    | 0 | $\frac{1}{4}$ | 1 | 4 | 9 |
| $f(x)$ |   |               |   |   |   |

**A.2 Faire ses gammes**

3 Comparer les nombres suivants sans utiliser la calculatrice. Justifier.

- $3^2; 4^2$
- $(-7)^2; (-5)^2$
- $(-8,05)^2; 8,05^2$
- $(-\pi)^2; (-4)^2$

4 Ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant, sans effectuer de calcul :

$$\left(\frac{1}{6}\right)^2; \pi^2; (-6)^2; 3,14^2; (-1)^2$$

5 Soit  $f : x \mapsto \sqrt{x}$ .

- Calculer  $f(-2)$ ,  $f(0)$  et  $f(9)$ .
- Pourquoi ne peut-on pas calculer la racine d'un nombre négatif?
- Quel est le domaine de définition de  $f$ ?
- Déterminer l'ordonnée à l'origine et le zéro de  $f$ .
- Répondre aux deux questions précédentes pour la fonction  $g : x \mapsto \sqrt[3]{x}$ .  
NB :  $\sqrt[3]{x}$ , qui se lit « racine cubique de  $x$  » est le nombre qui élevé au cube vaut  $x$ .

6 Simplifier les expressions suivantes :

- $\sqrt{18}$
- $\sqrt{\frac{16}{3}}$
- $\sqrt{48}$
- $\sqrt{\frac{1}{2}}$

7 En justifiant, et sans utiliser la calculatrice, comparer les nombres suivants :

- $\sqrt{25}; \sqrt{49}$
- $\sqrt{12,1}; \sqrt{12,12}$
- $\sqrt{\frac{4}{17}}; \sqrt{\frac{3}{17}}$
- $2\sqrt{8}; 7$

**A.3 Repérer des erreurs**

Toutes les productions suivantes sont fausses. Expliquez pourquoi.

8 Si  $-3 \leq x \leq 5$ , alors on peut affirmer que  $9 \leq x^2 \leq 25$ .

**A.4 Exercices d'entraînement**

9 Soit  $x$  un réel tel que  $3 < x \leq 7$ .

En justifiant, déterminer un encadrement de :

- $x^2$
- $7x^2$
- $x^2 + 2$

10 Soit  $x$  un réel tel que  $-5 \leq x < -2$ . En justifiant, déterminer un encadrement de :

- $x^2$
- $2x^2 - 1$
- $-x^2 + 3$

11 Soit  $x$  un réel tel que  $-1 \leq x < -\frac{1}{3}$ . En justifiant, déterminer un encadrement de :

- $x^2 + \frac{1}{2}$
- $-5x^2 - 1$
- $-\frac{1}{4}x^2$

12 Dans chacun des cas, donner, en justifiant, un encadrement de  $\sqrt{x}$ .

- $1 < x < 2$
- $7 \leq 4x < 16$
- $4 < x < 12$
- $1,44 \leq x < \pi^2 + 2\pi + 1$

**B Fonction inverse**

**B.1 Découverte**

13 Compléter le tableau de valeurs ci-dessous, dresser une allure de la courbe représentative de la fonction  $f : x \mapsto \frac{1}{x}$ , puis dresser son tableau de variations.

|        |    |    |    |                |                |               |               |   |   |   |
|--------|----|----|----|----------------|----------------|---------------|---------------|---|---|---|
| $x$    | -3 | -2 | -1 | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 2 | 3 |
| $f(x)$ |    |    |    |                |                |               |               |   |   |   |

**B.2 Faire ses gammes**

14 En justifiant, et sans utiliser la calculatrice, comparer les nombres suivants :

- $\frac{1}{7}; \frac{1}{8}$
- $-\frac{1}{5}; -\frac{1}{9}$
- $\frac{1}{\pi}; \frac{1}{\pi-1}$
- $-\frac{11}{35}; \frac{7}{24}$

15 Ranger l'inverse des nombres suivants dans l'ordre croissant :

$$-0,4; \frac{4}{7}; -1; \frac{4}{9}; -1,06; -0,03; \frac{5}{4}; -1,6; \frac{11}{4}$$

**B.3 Repérer des erreurs**

Toutes les productions suivantes sont fausses. Expliquez pourquoi.

16 La fonction inverse est décroissante sur  $\mathbb{R}$ .

**B.4 Exercices d'entraînement**

17 Déterminer un encadrement de  $\frac{1}{x}$  dans chacun des cas, en justifiant :

1.  $\frac{2}{7} < x \leq \frac{5}{8}$       2.  $-\frac{3}{2} \geq x > -\frac{5}{3}$

18 Déterminer le plus petit ensemble qui contient l'inverse de  $x$  dans chacun des cas :

1.  $7 < x$       2.  $-5 \leq x < 0$       3.  $\frac{7}{2} \geq x > 0$       4.  $-\frac{1}{6} \leq x$

**C Fonction cube****C.1 Découverte**

19 Compléter le tableau de valeurs ci-dessous, dresser une allure de la courbe représentative de la fonction  $f : x \mapsto x^3$ , puis dresser son tableau de variations.

|        |    |    |                |   |               |   |   |
|--------|----|----|----------------|---|---------------|---|---|
| $x$    | -2 | -1 | $-\frac{1}{2}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | 1 | 2 |
| $f(x)$ |    |    |                |   |               |   |   |

**C.2 Faire ses gammes**

20 En justifiant, et sans utiliser la calculatrice, comparer les nombres suivants :

1.  $3^3; 5^3$       2.  $(-2)^3; 2^3$       3.  $(-45)^3; (-47)^3$       4.  $(-\frac{4}{3})^3; (-\frac{4}{7})^3$

21 Sans utiliser la calculatrice, ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant :

$$(-3)^3; \pi^3; \sqrt{3}^3; (\sqrt{2}-2)^3; 0$$

22 Sans utiliser la calculatrice, ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant :

$$-\frac{\pi^3}{8}; 5\sqrt{5}; 8; -\frac{27}{8}; -\frac{64}{125}; \sqrt{2}^3$$

23 Déterminer les racines cubiques des nombres suivants :

1. -64      2.  $\frac{27}{8}$       3. -8      4.  $\frac{64\pi^3}{125}$

24 Déterminer les racines cubiques des nombres suivants :

1.  $7\sqrt{7}$       2.  $\sqrt{216}$

**D Fonction valeur absolue**

25 Soit  $f : x \mapsto |x|$ .

- Calculer  $|8|, |-8|, |0|$  et  $|16-31|$ .
- Que représente géométrique  $|a-b|$ , avec  $a, b \in \mathbb{R}$ ?
- Tracer le graphique de  $f$  sur  $[-5; 5]$  dans un repère orthonormé.
- Soit  $g : x \mapsto \sqrt{x^2}$ . A-t-on  $f(x) = g(x)$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ?

26 Soit  $h : x \mapsto |x-4|$

- Compléter :  $h(x) = \begin{cases} \dots & \text{si } \dots \\ \dots & \text{si } \dots \end{cases}$
- Détermine le domaine de définition, le(s) zéro(s) et l'ordonnée à l'origine de  $h$ .
- Tracer le graphique de  $h$  sur  $[-10; 10]$  dans un repère orthonormé.

27 Soit  $\varphi : x \mapsto |x+3|$

- Compléter :  $\varphi(x) = \begin{cases} \dots & \text{si } \dots \\ \dots & \text{si } \dots \end{cases}$
- Détermine le domaine de définition, le(s) zéro(s) et l'ordonnée à l'origine de  $\varphi$ .
- Tracer le graphique de  $\varphi$  sur  $[-10; 10]$  dans un repère orthonormé.