A Propriétés et représentation graphique

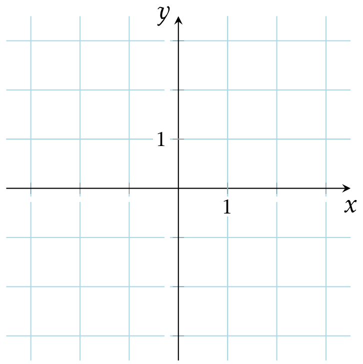
A.1 Découverte

1 Soient $f : x \mapsto 2x - 1$ et $g : x \mapsto -x + 1$.

1. Compléter le tableau de valeurs et tracer la courbe représentative de la fonction f.
2. Compléter le tableau de valeurs et tracer la courbe représentative de la fonction g.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$g(x)$							



A.2 Questions de cours

2 Soit $f : x \mapsto mx + p$ une fonction affine et a et b deux réels.

1. Rappeler la formule permettant de calculer m.
2. Sachant que le point de coordonnées $\big(a; f(a)\big)$ appartient par définition à $\mathcal{C}_f$, déterminer une équation dont p est la seule inconnue.
3. En déduire la formule du cours qui permet de calculer p.

A.3 Faire ses gammes

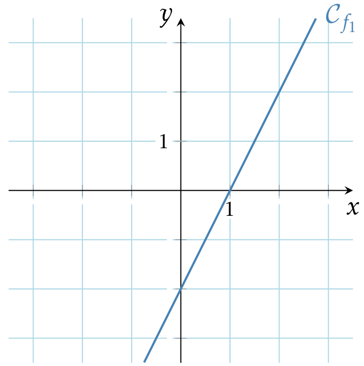
3 Dans chacun des cas, dire si la fonction f pourrait être une fonction affine.

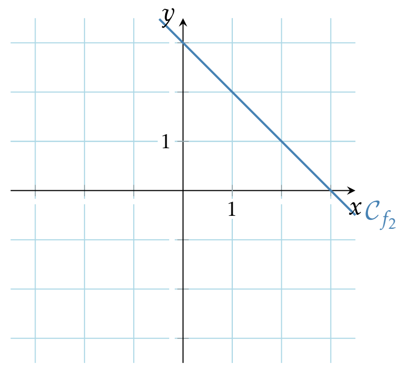
1. $f(4) = -1$, $f(7) = 20$ et $f(10) = 59$.
2. $f(5) = -21$, $f(8) = -33$ et $f(1) = -5$.
3. $f(-4) = -11$, $f(-8) = -55$ et $f(-2) = -1$.
4. $f(-4) = 27$, $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{2}$ et $f(1) = 2$.

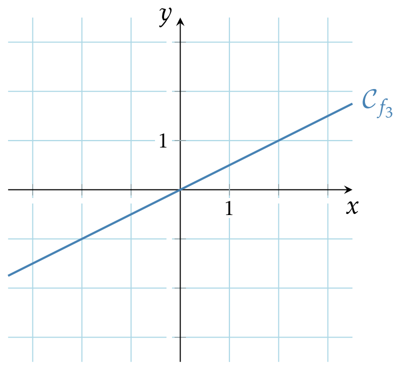
4 Dans chacun des cas, déterminer l'expression de la fonction affine f.

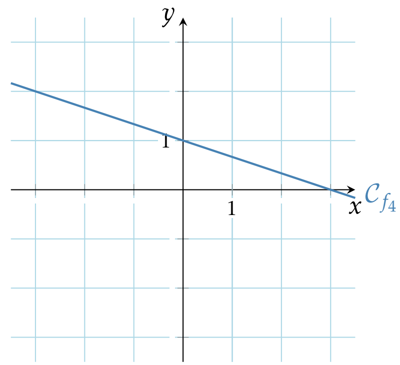
1. $f(1) = -7$ et $f(7) = -19$.
2. $f(2) = -15$ et $f(6) = -31$.
3. $f(0) = 8$ et $f(2) = 9$.
4. $f(-3) = \frac{21}{5}$ et $f(1) = \frac{13}{5}$.

5 Donner l'expression de chacune des fonctions représentées :









A.4 Exercices d'entraînement

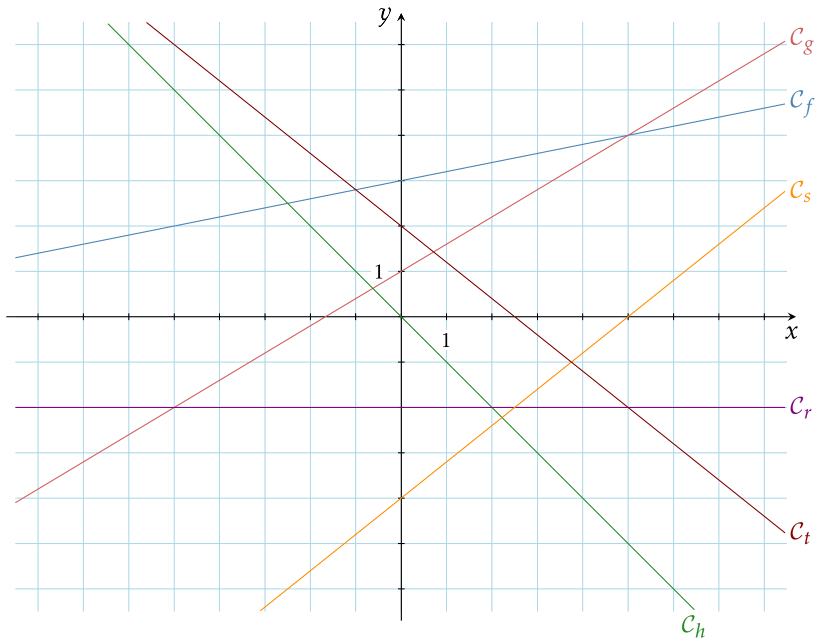
6

1. Compléter le tableau suivant :

Expression algébrique $f(x) =$	$\mathcal{D}_f$	Zéro	Ordonnée à l'origine	Pente de la droite
$-\frac{1}{4}x + 4$				
$\frac{2}{5}x + 2$				
$x - 1$				
6				
$-\frac{2}{7}x - 3$				
$-\frac{2}{5}x$				

2. Représenter les fonctions du tabeau ci-dessus sur $[-10;10]$ dans un repère orthonormé.

7 Déterminer graphiquement le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine des droites suivantes puis déterminer l'expression algébrique de la fonction représentée.



8 Calculer l'aire du triangle délimité par l'axe horizontal, l'axe vertical et la droite définie par $f(x) = -4x + 500$.

9 Soit f une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) + f(-x) = 1$ et $f(4) = 1$.

1. Calculer $f(0)$.
2. Déterminer l'expression algébrique de f.

10 Soient a un réel et g une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ vérifiant : $g(a+5) - g(a) = -10$.

Déterminer la valeur des expressions suivantes :

1. $g(15) - g(5)$
2. $g(100) - g(105)$
3. $g(a+5) - g(a-5)$
4. $g(a+20) - g(a)$
5. $g(a) - g(a+100)$

B Sens de variation et signe

B.1 Faire ses gammes

11 Soit $f : x \mapsto \frac{5}{2}x - \frac{1}{4}$.

En utilisant le sens de variation de f, comparer $f\left(-\frac{2}{3}\right)$ et $f\left(-\frac{5}{7}\right)$.

12 Soit $f : x \mapsto -\frac{3}{2}x - \frac{2}{9}$.

En utilisant le sens de variation de f, comparer $f\left(\frac{3}{11}\right)$ et $f\left(\frac{4}{13}\right)$.

13 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquation suivantes :

1. $(3x+2)(-6x-1) \geq (3x+2)^2$
2. $(2x-1)(-5x+7) < 4x^2 - 4x + 1$
3. $\frac{3x-4}{2x+3} \geq 0$
4. $\frac{1-4x}{x-3} < -4$

B.2 Exercices d'entraînement

14 Soit f une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = mx + p$ dont on donne le tableau de signes ci-dessous.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

1. Le nombre m peut-il être égal à 0 ?
2. Peut-on comparer les nombres p et 2 ?
3. Comparer $-\frac{p}{m}$ et -1.
4. Établir le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

15

1. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$:
$$(-2x+1)(x-3) + 25 = (-2x+11)(x+2)$$
2. En déduire les solutions de l'inéquation :
$$(-2x+1)(x-3) \geq -25$$

16 Un étudiant a emprunté 1 000 € à ses parents. Il prévoit de rembourser 85 € par mois. On note x le nombre de mois écoulés depuis l'emprunt et $S(x)$ la somme restant à rembourser après x mois.

1. Donner une expression de $S(x)$.
2. Étudier le signe et les variations de la fonction S.
3. En déduire au bout de combien de mois l'étudiant aura payé sa dette.

B.3 Exercices d'approfondissement

17

1. Montrer qu'une fonction linéaire est une fonction impaire.
2. Montrer qu'une fonction constante est une fonction paire.
3. Démontrer les réciproques des deux propositions précédentes dans le cas de fonctions affines.