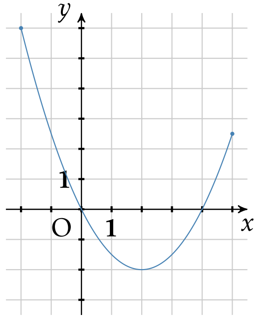
A Variations d'une fonction

A.1 Faire ses gammes

1 Soit f une fonction définie sur $[-2;5]$ dont on a tracé ci-dessous la courbe représentative.



1. f est-elle monotone sur son ensemble de définition (i.e sur $[-2;5]$) ?
2. Sur quels intervalles est-elle monotone ?

2

Soit $f : x \mapsto \frac{x^3}{12} + \frac{x^2}{8} - \frac{3x}{2}$.

1. Tracer la courbe représentative de f sur l'écran de la calculatrice.
2. f est-elle monotone sur $\mathbb{R}$?
3. Sur quels intervalles est-elle monotone ?

A.2 Exercices d'entraînement

3 Interpréter un tableau de variations

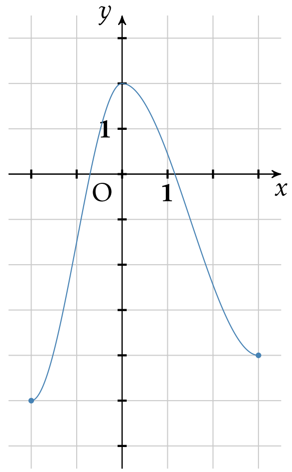
Soit f une fonction dont on a dressé le tableau de variations ci-dessous.

x	-3		-2		1		4
$f(x)$	2	↘	-3	↗	4	↘	-1

1. Sur quels intervalles f est-elle croissante ? Décroissante ?
2. Quelle est l'image de -2 par f ?
3. Donner un antécédent de 4 par f.

4 Dresser le tableau de variations d'une fonction

Soit f une fonction définie sur $[-2;3]$.
On a tracé ci-contre sa courbe représentative.
Dresser le tableau de variations de f.

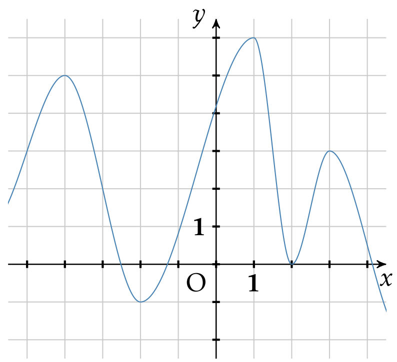


5 Démontrer qu'une fonction n'est pas monotone

Sur l'écran de la calculatrice, tracer la courbe représentative de $f : x \mapsto (x-3)^2 + 1$.
f semble-t-elle décroissante sur $\mathbb{R}$? Le démontrer.

6 Sur l'écran de la calculatrice, tracer la courbe représentative de $f : x \mapsto \frac{x^3}{12} - \frac{x^2}{4} - \frac{3x}{4}$.
f semble-t-elle croissante sur $\mathbb{R}$? Le démontrer.

7 Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$, et dont on donne ci-dessous la courbe représentative.
NB : Sur un tel graphique, on considère implicite que les variations de la fonction ne changent plus si on prolonge le graphique à gauche et/ou à droite.



1. Dresser le tableau de variations de f.
2. En justifiant, donner un encadrement de $f(-\frac{1}{2})$.
3. En justifiant, donner un encadrement de $f(-3)$.

8 On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	-2	-1	2	3	$+\infty$
$f(x)$	↗	8	3	5	-6	↗

Dans chacun des cas, *en justifiant*, dire si l'affirmation est VRAI ou FAUSSE.

1. $3 < f(0) < 5$.
2. $f(4) = -5$.
3. $f(-\frac{3}{2}) \in [3;8]$.
4. $f(\frac{5}{2}) < 5$.

9

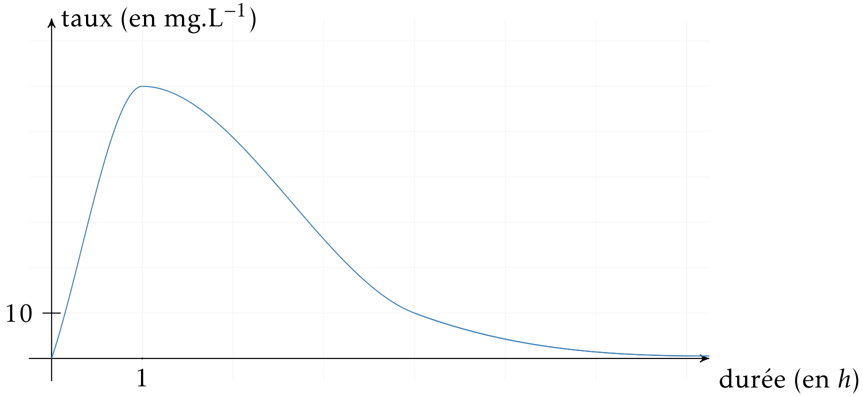
x	-10	0	10
$k(x)$	1	0	2

1. Décrire le sens de variation de la fonction k dont le tableau de variation est donné ci-contre.
2. Ranger du plus petit au plus grand :
   (a) $k(-0{,}5)$, $k(-0{,}6)$, $k(-\sqrt{2})$.
   (b) $k(\pi)$, $k(\sqrt{3})$, $k(3)$.

B Extremums

10 Déterminer le maximum/minimum d'une fonction sur un intervalle

Le graphique ci-dessous représente le taux d'un médicament dans le sang en fonction de la durée, heures.
On note f la fonction qui au temps t associe de le taux du médicament dans le sang.



1. Dresser le tableau de variations de f sur $[0;6]$.
2. (a) Quel est la maximum de f sur $[0;6]$?
   (b) Pour quelle valeur de t est-il atteint ?
   (c) Interpréter par rapport au contexte.
3. (a) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(t) < 10$ pour $t > 1$.
   (b) Interpréter par rapport au contexte.

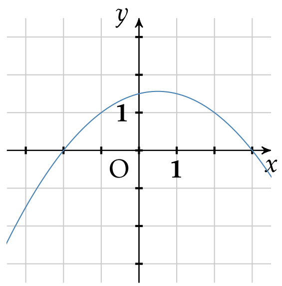
11 On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction f définie sur $[0;7]$.

x	0	1	3	5	7
$f(x)$	9	-1	8	2	3

1. f admet-elle un maximum ? Si oui, quelle est sa valeur et pour quelle valeur est-il atteint ?
2. f admet-elle un minimum ? Si oui, quelle est sa valeur et pour quelle valeur est-il atteint ?
3. Quel est le maximum de f sur $[1;4]$?
4. Quel est le minimum de f sur $[2;7]$?
5. Tracer une courbe susceptible de représenter la fonction f à l'aide du tableau de variations.

C Signe d'une fonction

12 Dresser un tableau de signes



Dresser le tableau de signes de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont la courbe est tracée ci-contre.

13 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2(3x-1)(x+5)$.

1. Étudier le signe de f sur $\mathbb{R}$.
2. Résoudre l'inéquation $f(x) > 0$.

14 Position relative de deux courbes

Soient f et g deux fonction définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 3x - 2$ et $g(x) = x + 1$.

1. Démontrer que $f(x) - g(x) = (x-1)(x+3)$.
2. Étudier le signe de $(x-1)(x+3)$.
3. En déduire la position relative de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$. *Vérifier le résultat en traçant les courbes représentatives de f et f sur l'écran de la calculatrice.*

15 Soient f et g deux fonction définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2+x-3$ et $g(x) = x^2+2x-1$.

1. Démontrer que $f(x) - g(x) = (x-2)(x+1)$.
2. Étudier le signe de $(x-2)(x+1)$.
3. En déduire la position relative de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$. *Vérifier le résultat en traçant les courbes représentatives de f et f sur l'écran de la calculatrice.*