

4

Variations/signé d'une fonction

I Variations d'une fonction

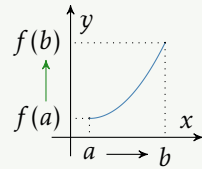
I.1 Définition

Définition 4.1

Soit f une fonction définie sur un intervalle I .

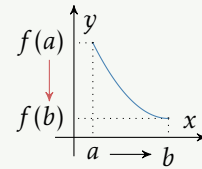
- f est _____ sur I si pour tous $a, b \in I$:

$a < b \Rightarrow f(a) \leq f(b)$ (l'ordre est _____)



- f est _____ sur I si pour tous $a, b \in I$:

$a < b \Rightarrow f(a) \geq f(b)$ (l'ordre est _____)



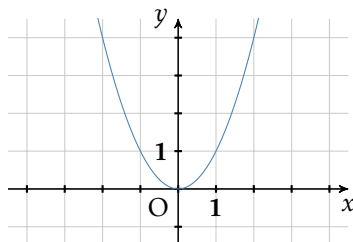
• Lorsque les inégalités sont strictes, on dit que f est **strictement croissante**, ou **strictement décroissante**.

Définition 4.2 – Monotonie

Une fonction f est dite _____ sur un intervalle I si elle est soit croissante sur I soit décroissante sur I .

Exemple 4.1 :

On a tracé ci-dessous la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto x^2$.



1. f est-elle monotone sur \mathbb{R} ?

2. Sur quels intervalles f est-elle monotone ?

Exemple 4.2 :

Sur l'écran de la calculatrice, tracer la courbe représentative de $f : x \mapsto x^2 - 2x$. f semble-t-elle décroissante sur $[0; 2]$? Le démontrer.

I.2 Tableau de variations

Un tableau de variations est un moyen pratique de résumer les variations d'une fonction.

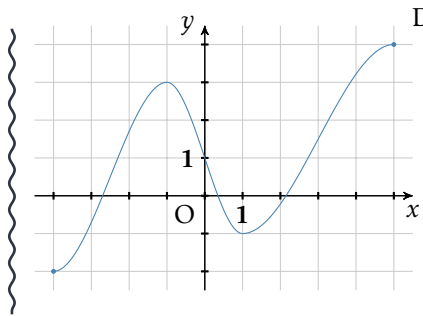
Définition 4.3 – Tableau de variations d'une fonction

Un tableau de variations d'une fonction f est un tableau dans lequel on indique :

- sur la première ligne les bornes de l'ensemble de définition de f ainsi que les bornes des intervalles sur lesquels la fonction est monotone, rangées dans l'ordre croissant.
- sur la deuxième ligne les variations de la fonction sur chaque intervalle formé par les valeurs qui apparaissent sur la première ligne à l'aide d'une flèche descendante si la fonction est strictement décroissante, et d'une flèche ascendante si la fonction est strictement croissante sur cet intervalle.
- sous chaque valeur, aux extrémités des flèches, lorsque c'est possible, l'image de celle-ci par f .

Exemple 4.3 :

On a représenté ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f sur $[-4; 5]$.



Dresser le tableau de variation de f .

II Extremum

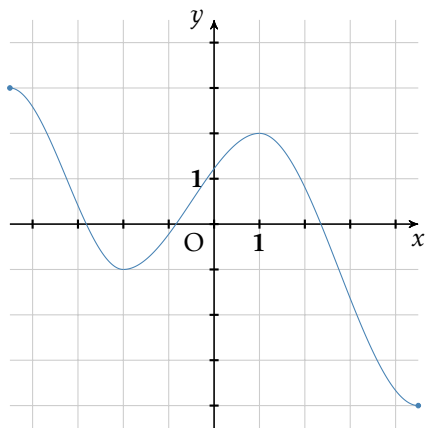
Définition 4.4

- On dit que $f(a)$ est le _____ de f sur I si pour tout $x \in I : f(a) \geq f(x)$.
- On dit que $f(a)$ est le _____ de f sur I si pour tout $x \in I : f(a) \leq f(x)$.

Exemple 4.4 :

Soit f une fonction définie sur $[-\frac{9}{2}; \frac{9}{2}]$.

On donne ci-dessous sa courbe représentative ainsi que son tableau de variations.



x	$-\frac{9}{2}$	-2	1	$\frac{9}{2}$
$f(x)$	3	-1	2	-4

1. Quel est le maximum de f sur $[-\frac{9}{2}; \frac{9}{2}]$ et en quelle valeur est-il atteint ?

2. Quel est le minimum de f sur $[-\frac{9}{2}; \frac{9}{2}]$ et en quelle valeur est-il atteint ?

3. Quel est le minimum de f sur $[-\frac{9}{2}; 0]$ et en quelle valeur est-il atteint ?

4. Quel est le maximum de f sur $[-3; \frac{9}{2}]$ et en quelle valeur est-il atteint ?

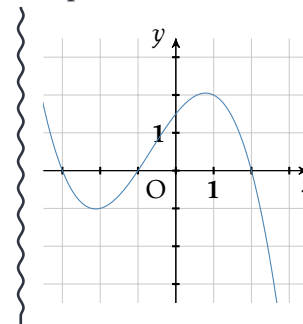
III Tableau de signes d'une fonction

Définition 4.5 – Tableau de signes

On appelle tableau de signes un tableau dans lequel on fait apparaître :

- sur la première ligne les valeurs de la variable : les deux bornes de l'ensemble de définition et les valeurs en lesquelles la fonction vaut 0.
- sur la deuxième ligne le signe de la fonction sur chaque intervalle à l'aide d'un signe $-$ ou $+$, ainsi que des 0 sous les valeurs en lesquelles la fonction vaut 0.

Exemple 4.5 :



Dresser le tableau de signes de la fonction f définie sur \mathbb{R} dont la courbe est tracée ci-contre.

x	$-\infty$	-3	-1	2	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$

Exemple 4.6 :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2(x+4)(2x-6)$.
Dresser le tableau de signes de f .

