1

Trigonométrie

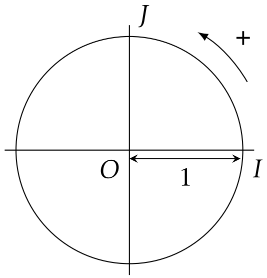
I Cercle trigonométrique

Définition 1.1

On appelle ______________________ le cercle de centre O, de rayon 1, orienté dans le sens direct, ou sens ________________ .

Remarque 1.1. Le sens trigonométrique correspond au sens **inverse** des aiguilles d'une montre.

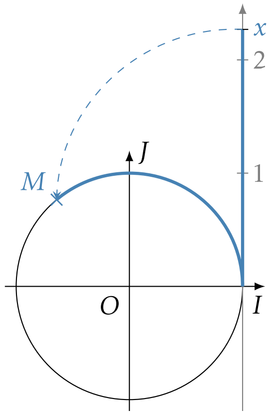
Illustration



Définition 1.2

En enroulant la droite numérique autour du cercle trigonométrique, on peut associer à tout réel x de la droite un unique point M du cercle, appelé ______ ______ .

Illustration



II Le radian : une unité d'angle

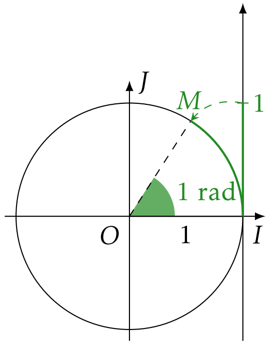
II.1 Introduction

Définition 1.3 – Radian

1 radian est égal à la mesure de l'angle $\widehat{IOM}$ où M est le point image du réel 1 sur le cercle trigonométrique.

Remarque 1.2. De manière plus général, un radian est la mesure de l'angle intercepté par un arc de cercle de longueur égale au rayon du cercle (dans le cas du cercle trigonométrie, $r = 1$).

Illustration



Rappel 1.1. Le périmètre d'un cercle de rayon r est égal à $2\pi r$.
Cas particulier : un cercle de rayon 1 a pour périmètre 2π.

Propriété 1.1 – Conversion degrés/radians

- 360° = … rad
- Degrés et radians sont ________________ .

Remarque 1.3. 2π rad correspond à l'angle formé par un arc de cercle qui ferait le tour complet du cercle, i.e à une rotation de 360°.

Exemple 1.1. Valeurs particulières :

× … ↓

Degrés	0	…	45	…	90	….	360
Radians	…	$\frac{\pi}{6}$	…	$\frac{\pi}{3}$	…	π	…

↑ × …

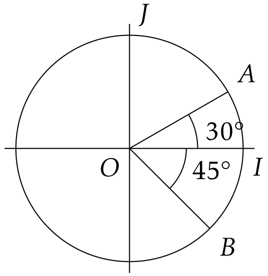
Exemple 1.2. Convertir les angles suivants :

1. $\dfrac{\pi}{7}$ rad
2. 120°
3. 1 rad
4. 400°

II.2 Angles sur le cercle trigonométrique

Exemple 1.3.

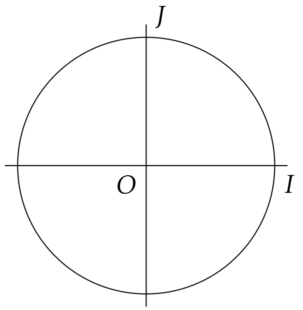
1. Donner deux mesures en radians, une positive et une négative, des angles orientés suivants :



(a) $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OA}) = \ldots \text{rad} = \ldots \text{rad}$

(b) $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OB}) = \ldots \text{rad} = \ldots \text{rad}$

2. Placer le point associé à chaque réel sur le cercle trigonométrique :



(a) R associé à π

(b) S associé à $\dfrac{\pi}{3}$

(c) T associé à $\dfrac{5\pi}{2}$

(d) U associé à $-\dfrac{13\pi}{3}$

(e) V associé à $-\dfrac{5\pi}{6}$

Propriété 1.2 – Même image sur le cercle trigonométrique

Deux réels x et y ont le même point image sur le cercle trogonométrique si et seulement si ________________________________ .

Exemple 1.4. Dans chacun des cas, dire si les points images des réels x et y sur le cercle trigonométrique sont confondus.

1. $x = \dfrac{2\pi}{7}$ et $y = -\dfrac{26\pi}{7}$

2. $x = \dfrac{4\pi}{18}$ et $y = \dfrac{63\pi}{9}$

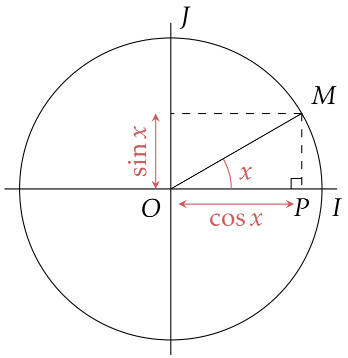
III Cosinus et sinus

III.1 Définition et propriétés

Définition 1.4

Soit M le point image d'un réel x sur le cercle trigonométrique.
On appelle __________ et ________ de x, notés ….. et …., les coordonnées de M.

Illustration



Propriété 1.3

Pour tout nombre réel x :

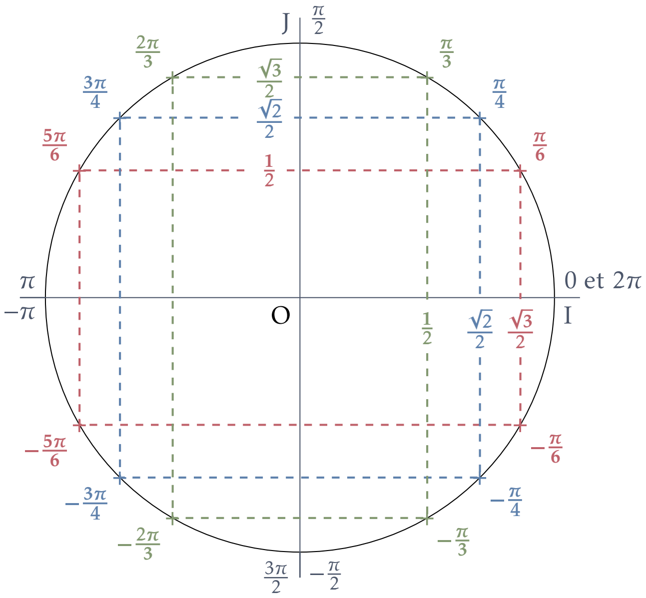
1. $\sin^2(x) + \cos^2(x) = \ldots$
2. $\ldots \leq \sin(x) \leq \ldots$ et $\ldots \leq \cos(x) \leq \ldots$

Exemple 1.5. Soit $x \in \mathbb{R}$.
Sachant que $\cos x = \frac{1}{2}$, quelles sont les valeurs possibles pour $\sin x$?

III.2 Valeurs remarquables

Propriété 1.4

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1



Exemple 1.6. Résoudre l'équation $2\cos x = -1$.