

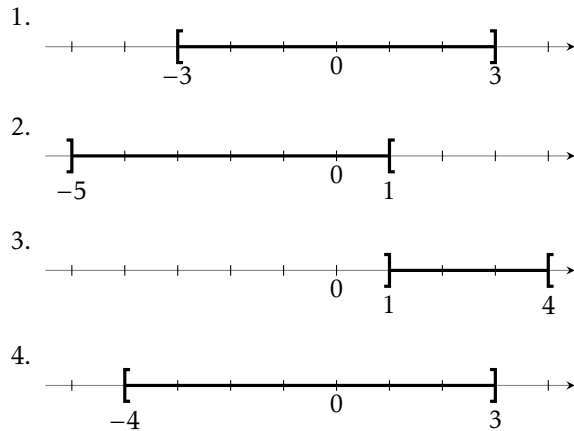
A Fonction valeur absolue**A.1 Faire ses gammes****1 Traduire une valeur absolue**

Sans utiliser la calculatrice, exprimer les nombres suivants sans valeur absolue.

- $|-4|$.
- $|1 - \sqrt{5}|$.
- $|\sqrt{10} - 3|$.
- $|\frac{4}{9} - \frac{5}{11}|$.
- $|x - 7|$.
- $|4x + 8|$.

2 Traduire avec la valeur absolue

Dans chacun des cas, déterminer une inéquation faisant intervenir la valeur absolue, dont les réels x appartenant à la zone surlignée sont solutions.

**3 Équations/inéquations avec valeur absolue**

Résoudre les équations/inéquations suivantes :

- $|x| = 2$
- $|x| = -5$
- $|x + 1| = 4$
- $|x| \leq 6$
- $|x - \frac{1}{2}| < 3$
- $|x| > 3$
- $|2x + 1| \geq 9$

4 Encadrement

Dans chacun des cas, encadrer $|x|$, sans justifier :

- $1 < x < 3$.
- $-3 \leq x < 0$.
- $-5 < x < \frac{1}{2}$
- $-2\pi < x \leq 3\pi$.

A.2 Exercices d'entraînement**5 Traduire à l'aide de la valeur absolue :**

- $x \in [2 - \mu; 2 + \mu]$, avec $\mu \in \mathbb{R}$.
- $l - \varepsilon < x < l + \varepsilon$, avec l et ε deux réels.

- $x \in]-\infty; -a] \cup [a; +\infty[$, avec $a \in \mathbb{R}_+^*$.
- $f(x) \in]l - \varepsilon; l + \varepsilon[$ avec $l \in \mathbb{R}$ et $\varepsilon \in \mathbb{R}_+^*$.

6 Propriété de la valeur absolue

Soient x et y deux réels.

- Comparer $|xy|$ et $|x| \times |y|$ dans chacun des cas suivants :
 - $x = 0$ ou $y = 0$
 - $x < 0$ et $y > 0$
 - $x > 0$ et $y > 0$
 - $x < 0$ et $y < 0$
- Conclure.

B Fonctions polynômes du second degré**B.1 Faire ses gammes****7 Reconnaître la forme d'un polynôme du second degré**

Dans chacun des cas, préciser la forme de l'expression, et les valeurs de a , b , c ou a , β ou a , x_1 , x_2 .

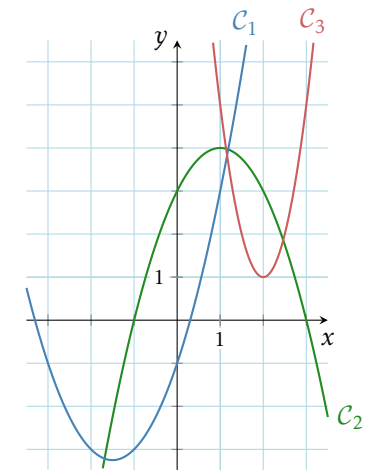
- $f(x) = x - 2x^2 - 5$
- $f(x) = 4(x + 1)(x - 1)$
- $f(x) = x^2 - \pi x$
- $f(x) = 6x^2$
- $f(x) = -(x - 2)^2 + 5$
- $f(x) = -7(x - 8)(x + 2)$
- $f(x) = 12 + 3(x + 4)^2$

8 Associer une fonction à sa courbe représentative

Soient f , g et h définies sur \mathbb{R} par :

- $f(x) = -(x - 3)(x + 1)$
- $g(x) = x^2 + 3x - 1$
- $h(x) = 4(x - 2)^2 + 1$

- Associer chaque courbe à sa fonction en justifiant.
- Déterminer les coordonnées des points d'intersection de \mathcal{C}_1 avec l'axe des abscisses.
- Déterminer les coordonnées du point d'intersection de \mathcal{C}_3 avec l'axe des ordonnées.

**9 Tableau de variations**

Dans chacun des cas, dresser le tableau de variations de f .

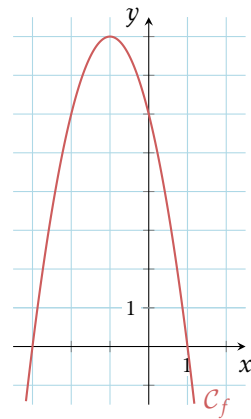
- $f(x) = 5 + (x - 2)^2$
- $f(x) = -8(x + 4)^2 - \frac{1}{2}$
- $f(x) = x^2 + 7$
- $f(x) = -3x^2 + \frac{4}{7}$
- $f(x) = -1 - \frac{1}{2}(x + \sqrt{2})^2$

10 Analyser une courbe représentative

Soit f une fonction polynôme du second degré telle que :

- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$
- $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$

On donne ci-contre sa courbe représentative.



1. Graphiquement, déterminer le signe de a ainsi que les valeurs de α , β , x_1 , x_2 et c .
2. En déduire la valeur de a , puis la valeur de b .

11 Tableau de signes

Pour chaque fonction polynôme du second degré, dresser son tableau de signes.

1. $f(x) = (x - 3)(x + 1)$
2. $g(x) = \left(-x - \frac{1}{2}\right)(x - 2)$
3. $h(x) = (x - \sqrt{2})(2x - 2\pi)$
4. $\varphi(x) = (x - 5)\left(x - \frac{1}{3}\right)$
5. $\psi(x) = -(x + 1)^2$

B.2 Exercices d'entraînement**12 Déterminer une expression**

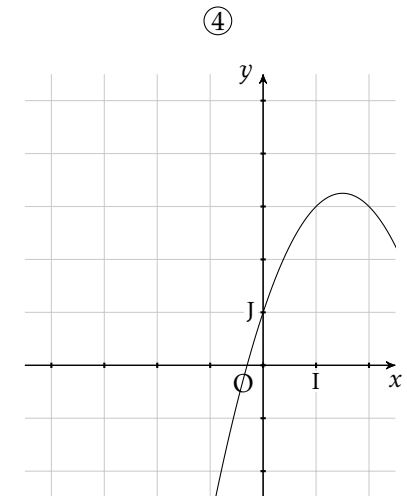
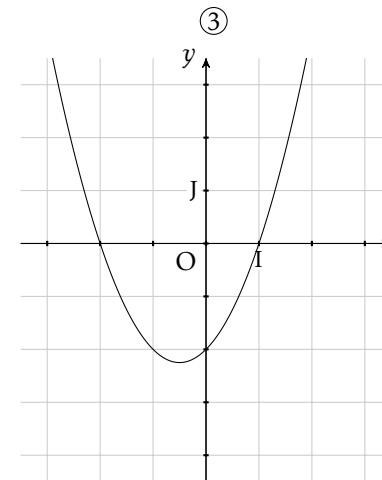
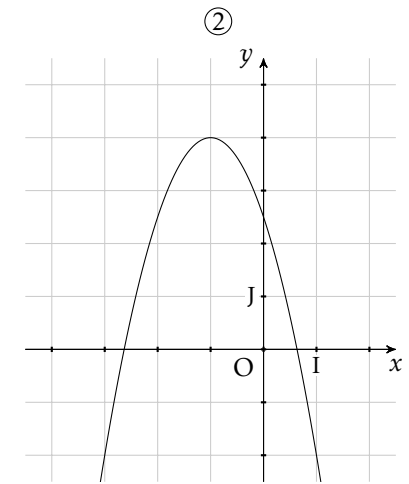
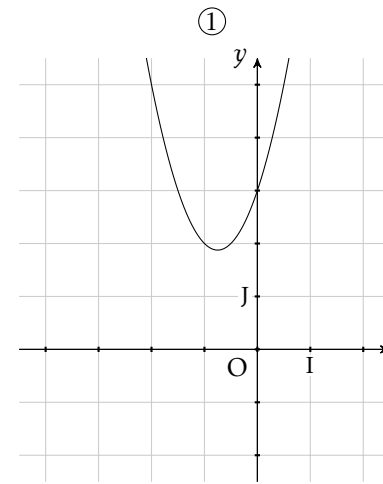
Soit f une fonction polynôme du second degré telle que :

1. Les antécédents de 0 par f sont -2 et 4 .
2. L'image de 5 par f est -2 .

Déterminer l'expression de f en fonction de x .

13 Déterminer l'expression d'une fonction à partir de sa courbe représentative

Dans chacun des cas, déterminer l'expression de la fonction polynôme du second degré f dont la courbe est tracée.

**14 Intersection de deux courbes**

Soient f et g définies sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2$ et $g(x) = 6x - 9$.

1. À l'aide de la calculatrice, conjecturer (i.e faire une hypothèse sur) les coordonnées des points d'intersection de \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .
2. Démontrer la conjecture émise.

15 Soient f et g deux fonctions définies sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = 2x^2 - 3x - 1 \quad \text{et} \quad g(x) = -x^2 + 2x + 1$$

1. Dresser le tableau de signes et le tableau de variations de chaque fonction.
2. Dans le même repère, tracer une allure des deux courbes représentatives.

- Déterminer les coordonnées des points d'intersection de \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .
- Déterminer la position relative de \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .

16 Un fermier cherche à optimiser la production d'un verger de pêchiers. Pour chaque hectare, si 45 arbres sont plantés, chacun d'entre eux produit 550 pêches par an. Pour chaque arbre supplémentaire, la production de chaque arbre se voit réduite de 6 pêches/an.

- Combien d'arbres supplémentaires doit-il planter par hectare pour optimiser sa récolte?
- Quelle est alors la production par hectare?

17 Une entreprise produit de la farine de blé.

On note x le nombre de tonnes fabriquées.

La tonne est vendue 120 €, et le coût de fabrication, en euros, est donné par :

$$C(x) = 2x^2 + 10x + 900$$

- Combien de tonnes doit produire l'entreprise pour être rentable?
- Déterminer la production correspondant à un bénéfice maximal.

18 Une agence organise une activité pour 40 € par personne pour les 26 premiers participants.

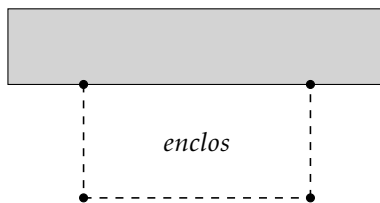
Au-delà, pour chaque personne supplémentaire, chaque membre du groupe obtient une réduction de 0,25 €.

Ainsi, pour un groupe de 27 personnes, le prix par personne est de 39,75 €.

Pour combien de personnes l'agence gagne-t-elle le plus?

19 Un particulier dispose de 19 mètres de grillage qu'il souhaite utiliser pour fabriquer un poulailler.

Il souhaite construire un enclos rectangulaire en utilisant un mur déjà existant, et voudrait obtenir la surface au sol la plus grande possible.



Déterminer la largeur et la longueur que doit avoir l'enclos.