A Suites arithmétiques

A.1 Faire ses gammes

1 Dans chacun des cas, calculer u_7 et u_{18}.
Soit (u_n) la suite arithmétique :

1. de premier terme $u_0 = 3$ et de raison $r = 2$.
2. de premier terme $u_0 = -\frac{1}{2}$ et de raison $r = -1$.
3. de premier terme $u_4 = 5$ et de raison $r = -4$.
4. de premier terme $u_2 = 8$ et de raison $r = -\frac{1}{3}$.

2 Dans chacun des cas, déterminer le sens de variations de la suite (u_n).

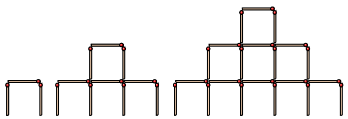
1. Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $u_n = 2 - n$.
2. Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $u_n = -3 + 4n$.
3. Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $u_0 = 9$ et $u_{n+1} = u_n - 4$.
4. Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = u_n + 7$.

3 Calculer chacune des sommes suivantes :

1. $-1 + 2 + 5 + \ldots + 23$.
2. $6 + 11 + 16 + \ldots + 41$.
3. $3 + 1 - 1 - \ldots - 17$.
4. $3 + 9 + 15 + \ldots + 45$.

A.2 Exercices d'entraînement

4 On construit une tour d'allumettes comme suit :



1. Combien faudra-t-il d'allumettes pour construire une tour à 10 étages ?
2. Si vous disposez de 1000 allumettes, combien d'étages pouvez-vous construire ?

B Suites géométriques

B.1 Faire ses gammes

5 Dans chacun des cas, déterminer la forme explicite de (u_n) et calculer u_4 et u_7.
Soit (u_n) la suite géométrique :

1. de premier terme $u_0 = 3$ et de raison $q = 2$.
2. de premier terme $u_0 = -\frac{1}{2}$ et de raison $q = -1$.
3. de premier terme $u_2 = 5$ et de raison $q = 3$.
4. de premier terme $u_1 = 38$ et de raison $q = \frac{1}{2}$.

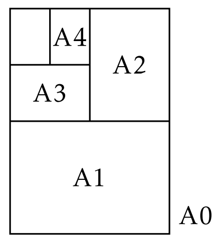
6 Dans chacun des cas, déterminer le sens de variation de la suite (u_n).

1. (u_n) géométrique avec $u_0 = 4$ et de raison 2.
2. $u_0 = -7$ et $u_{n+1} = 3u_n$
3. pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = -\left(\frac{1}{2}\right)^n$.
4. pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 5 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n$.

7 Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 5 \times 1,02^n$.
Calculer $\sum_{k=0}^{19} u_k$ et $\sum_{k=20}^{25} u_k$.

B.2 Exercices d'entraînement

8 Une feuille de papier de format A0 a pour surface 1 m^2.
La longueur du format A1 est la largeur du format A0, et sa largeur est la moitié de celle du format A0.
Pour obtenir le format A2, on répète le même procédé à partir du format A1, et ainsi de suite. On peut voir le procédé jusqu'au format A4 sur la figure ci-dessous :



Les formats sont tels que le rapport entre la longueur est la largeur soit constant.
On note (L_n) la suite des longueurs et (l_n) la suite des largeurs des formats An.

1. (a) Déterminer la valeur de $\frac{L_n}{l_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
   (b) En déduire les valeurs de L_0 et l_0.
2. (a) Démontrer que (L_n) est géométrique de raison $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
   (b) Quel est le sens de variation de (L_n) ?
   (c) En déduire l'expression du terme général de L_n en fonction de n.
3. (a) Exprimer l_n en fonction de n.
4. Déterminer les dimensions exactes, puis arrondies au millimètre près, d'une feuille A4.

C Synthèse

C.1 Faire ses gammes

9 Dans chacun des cas déterminer la nature, le premier terme et la raison de la suite.

1. $u_n = 2n+1$
2. $u_n = 2 \times 4^n$
3. $u_n = 5n$
4. $u_n = \dfrac{-1}{3^n}$

C.2 Exercices d'entraînement

10 On s'intéresse à l'évolution d'une population de micro-organismes composée de 1 000 individus.
La population croît de 3 % chaque jour.
On note p_n le nombre d'individus au bout de n jours.

1. Donner p_0, puis calculer p_1 et p_2. On arrondira à l'unité.
2. Exprimer p_{n+1} en fonction de p_n pour tout $n \in \mathbb{N}$.
3. Quelle est la nature de la suite (p_n) ?
4. Au bout de combien de temps la population aura-t-elle :
   - doublé ?
   - triplé ?
5. On propose l'algorithme ci-dessous, permettant de trouver rapidement au bout de combien de jours la population aura dépassé un certain seuil S.

```
n ← 0
p ← ...
Tant que ...
   n ← ...
   p ← ...
Fin Tant que
Afficher ...
```

   (a) Compléter l'algorithme.
   (b) Au bout de combien de jours y aura-t-il plus de 5 000 individus ?

11 Le loyer annuel d'un appartement coûte 6 500 € à l'entrée dans les lieux en 2018.
Chaque année, le loyer annuel augmente de 130 €.
On note u_n le prix du loyer annuel sur l'année $2018+n$.

1. Déterminer u_0, u_1 et u_2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser sa raison.
3. Exprimer u_n en fonction de n .
4. En déduire la valeur du loyer annuel en 2026.
5. Calculer la somme S_{12} des 12 premiers loyers annuels.