# 6 Fonctions de référence

**Rappel**

- On appelle ____________ (ou ____________ ) ________________ de $f$ l'ensemble de toutes les valeurs $x$ telles que $f(x)$ existe.
  On note cet ensemble ....
- $f(a)$ est appelée ________ de $a$ par $f$.
- Tout réel $x$ tel que $f(x) = y$ est appelé ____________ (ou ____________ ) de $y$ par $f$.
- La courbe représentative de $f$, notée ..., est l'ensemble des points $M$ de coordonnées $\left(x; \ldots\right)$.

## I Fonctions affines

### I.1 Définition et propriétés

***Définition 6.1 – Fonction affine***

Une fonction $f$ est dite ________ s'il existe deux réels $m$ et $p$ tels que pour tout $x \in \mathbb{R}$ :

$$f(x) = \ldots\ldots$$

**Remarque(s) :**

- Une fonction affine est donc une fonction polynomiale de degré ... (si $m = \ldots$) ou ... (si $m \neq \ldots$).

***Propriété 6.1 – Cas particuliers***

Soient $m$ et $p$ deux réels, et $f : x \mapsto mx + p$.

- Si $m = 0$, alors $f$ est ____________ .
- Si $p = 0$, alors $f$ est __________ .

**Exemple 6.1 :**

Les fonctions suivantes sont-elles affines ? Si oui, préciser les valeurs de $m$ et $p$.

1. $f : x \mapsto -x + 5$.
2. $g : x \mapsto x^2 - 1$.
3. $h : x \mapsto 6x$.
4. $k : x \mapsto -2$.

***Propriété 6.2***

$f$ est une fonction affine si et seulement si ....... est ____________ , ______ ______ réels $a$ et $b$ distincts.

$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ est appelé ______________________________________________ .

**Remarque(s) :**

- $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ revient à diviser la variation en ordonnée par la variation en abscisse.
  On obtient comme résultat la variation en ordonnée pour une variation d'une unité en abscisse.

**Méthode** On peut montrer qu'une fonction n'est pas affine en calculant deux taux d'accroissements n'ayant pas la même valeur.

**Exemple 6.2 :**

Dans les deux cas, dire si une fonction $f$ vérifiant ces données pourrait être une fonction affine.

1. $f(1) = 2$, $f(5) = 4$ et $f(6) = \frac{9}{2}$.

2. $f(3) = 7$, $f(-2) = 2$ et $f(-1) = 4$.

***Corollaire 6.3***

Soit $f : x \mapsto mx + p$ une fonction affine et soient $a$ et $b$ deux réels distincts.
On a :

$$m = \ldots\ldots\ldots \qquad\qquad p = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

**Méthode** Il suffit donc de connaître l'image de deux valeurs distinctes pour déterminer l'expression d'une fonction affine.

**Exemple 6.3 :**

Soit $f$ une fonction affine telle que $f(1) = 8$ et $f(-3) = 5$.
Déterminer l'expression de $f$.

## I.2 Représentation graphique

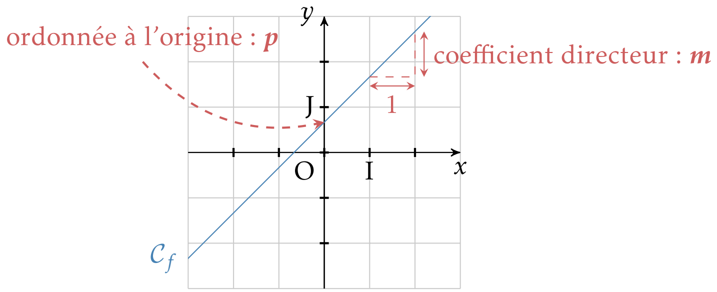
***Propriété 6.4***

Soit $f : x \mapsto mx + p$, avec $m$ et $p$ deux réels.
$\mathcal{C}_f$ est une droite dont $m$ est le ______________________ et $p$ est l' ___________
___________ .

**Remarque(s) :**

- le coefficient directeur correspond concrètement à la variation en $y$ lorsqu'on augmente $x$ d'une unité.
- l'ordonnée à l'origine est l'ordonnée du point d'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées. En effet $p = f(0)$, il s'agit donc bien de la valeur en ordonnée lorsque $x$ vaut 0 (d'où le nom d'ordonnée « à l'origine »).

Illustration




**Méthode** Si on connaît l'expression d'une fonction affine, on peut ainsi tracer sa courbe de deux manières différentes.

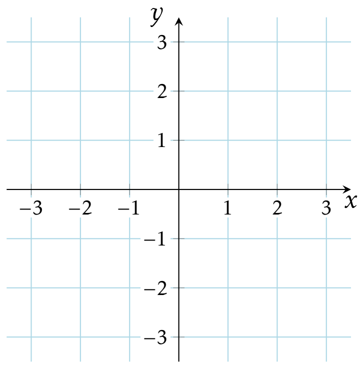
1. On calcule l'image de deux valeurs. On place les deux points de $\mathcal{C}_f$ associés, puis on trace la droite passant par ces deux points.
2. On place le point de coordonnées $(0;p)$, puis on applique le coefficient directeur pour se donner un second point. $\mathcal{C}_f$ est la droite passant par ces deux points.

**Remarque(s) :**

- Dans la propriété 6.1 nous avons vu que si $p = 0$, alors $f$ est linéaire. On retrouve graphiquement que si $p = 0$, alors l'ordonnée à l'origine vaut zéro et donc la droite passe par l'origine du repère.
- Si $m = 0$, alors $\mathcal{C}_f$ est une droite horizontale car le coefficient directeur vaut alors zéro, il n'y a pas de variation en ordonnée lorsqu'on augmente $x$ d'une unité.

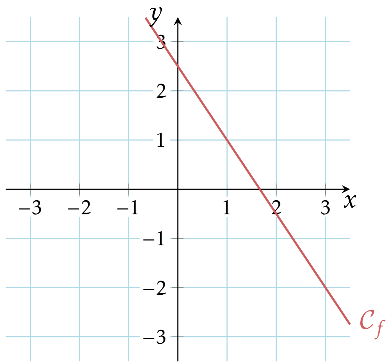
**Exemple 6.4 :**

Soit $f : x \mapsto \frac{1}{2}x - 1$.
Tracer la courbe représentative de $f$ dans le repère ci-dessous.




**Exemple 6.5 :**

En justifiant, déterminer graphiquement l'expression de la fonction affine $f$ représentée ci-dessous.



## II Fonction racine carrée

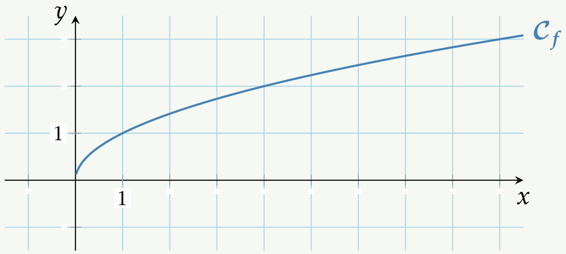
Rappel La racine carrée d'un nombre $x$, notée $\dots$, est le nombre ________ qui élevé au carré vaut $x$.
Autrement dit : ............
Par exemple : $\sqrt{9} = 3$ car $3 \cdot 3 = 9$.
On peut écrire :

$$\sqrt{a} = b \Leftrightarrow \dots\dots \quad \text{avec} \quad a,b \in \mathbb{R}^+$$

**Définition 6.2 – Fonction racine carrée**

La fonction racine carrée est la fonction :

$$f : \dots \longrightarrow \dots$$
$$x \longmapsto \dots$$




**Propriété 6.5 – Règles de calcul**

- Pour tous réels positifs $a$ et $b$ : $\sqrt{a \cdot b} = \dots\dots\dots$
- Pour tous réels positifs $a$ et $b$ avec $b \neq 0$ : $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dots\dots$

**Exemple 6.6 :**

1. Soit $f : x \mapsto \sqrt{x}$. Calculer $f(0)$, $f(4)$, $f(9)$, $f(-4)$.
2. Soit $g : x \mapsto \sqrt{x-3}$. Quel est le domaine de définition de $g$ ?
3. Simplifier $\sqrt{\frac{75}{4}}$.

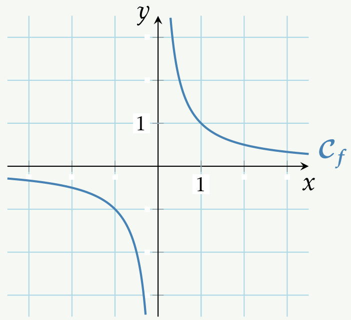
## III Fonctions inverse

**Définition 6.3**

La fonction inverse est la fonction :

$$f : \dots \longrightarrow \dots$$
$$x \longmapsto \dots$$

Sa courbe représentative est une _____ ________ .




**Remarque(s) :**

- Lorsque $x$ se rapproche de 0 par la gauche, $f(x)$ se rapproche de $\dots$ et lorsque $x$ se rapproche de 0 par la droite, $f(x)$ se rapproche de $\dots$ .
  On dit que la fonction inverse possède une ________________ en $x = 0$.
- Lorsque $x$ se rapproche de $-\infty$ ou de $+\infty$, $f(x)$ se rapproche de $\dots$.
  On dit que la fonction inverse possède une ________________ en $y = 0$.

Méthode De manière générale pour une fonction de la forme $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, on peut :

1. Déterminer le domaine de définition en résolvant $cx + d = 0$.
2. Déterminer le zéro de $f$ en résolvant $ax + b = 0$.
3. Déterminer l'asymptote verticale et l'asymptote horizontale de $f$ : asymptote verticale en la valeur interdite, et asymptote verticale à déterminer en observant les valeurs de $f(x)$ lorsque $x$ se rapproche de $\pm\infty$.

**Exemple 6.7 :**

Soit $f : x \mapsto \frac{2x+1}{5x+10}$.

1. Déterminer le domaine de définition de $f$.
2. Déterminer le zéro de $f$.

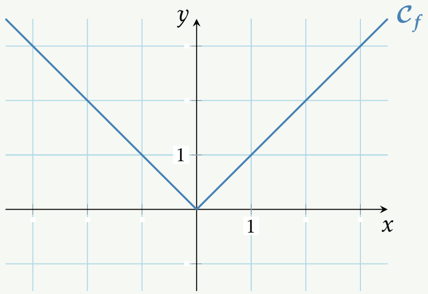
3. $f$ admet-elle des asymptotes ? Si oui lesquelles ?

# IV Fonction valeur absolue

***Définition 6.4 – Valeur absolue***

La fonction valeur absolue est la fonction :

$$f : \ldots \longrightarrow \ldots$$
$$x \longmapsto \ldots = \begin{cases} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}.$$




**Remarque(s) :**

- Puisque $|x| = -x$ si $x < 0$, une valeur absolue est toujours positive.
- On peut interpréter $|x|$ comme la distance entre $x$ et 0.
- On peut interpréter $|a-b|$ comme la distance entre les deux réels $a$ et $b$.

**Exemple 6.8 :**

1. Déterminer $|-5|$ et $|3|$.

2. Que représente géométriquement $|1-7|$ ? $|2-(-1)|$ ?