3 Inéquations du premier degré et intervalles

Rappel $\mathbb{R}$ est l'ensemble des nombres _____ .
Un réel est un nombre ayant un nombre fini ou infini de décimales.
Il contient ainsi en particulier :

- $\mathbb{N}$, l'ensemble des entiers _____ (entiers _____).
- $\mathbb{Z}$, l'ensemble des entiers _____ (entiers négatifs ou positifs).
- $\mathbb{D}$, l'ensemble des _____ , pouvant s'écrire avec un nombre fini de décimales.
- $\mathbb{Q}$, l'ensemble des _____ , pouvant s'écrire sous forme de fractions.

On a finalement :

« est inclus dans »

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

Que contient $\mathbb{R}$ de plus que $\mathbb{Q}$? π, $\sqrt{2}$, etc.

I Intervalles

I.1 Définition

Définition 3.1 – Intervalle

Soient a et b deux réels.

- On appelle intervalle _____ $[a;b]$ l'ensemble des réels x tels que $a \leq x \leq b$.
- On appelle intervalle _____ $]a;b[$ l'ensemble des réels x tels que $a < x < b$.

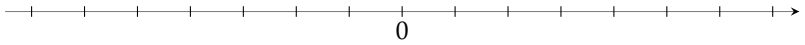
Remarque(s) :

- Les deux crochets ne sont pas nécessairement tous deux fermés ou tous deux ouverts.
  Par exemple, l'intervalle $[1;3[$ est l'ensemble des réels x tels que $1 \leq x < 3$.
- On peut définir un intervalle contenant des valeurs infiniment grandes ou infiniment petites à l'aide des symboles $\ldots$ ("plus l'infini") ou $\ldots$ ("moins l'infini").
  Le crochet est systématiquement _____ lorsque l'on utilise un tel symbole.
  Par exemple, l'intervalle $]-\infty;2]$ est l'ensemble des réels x tels que $x \leq 2$.

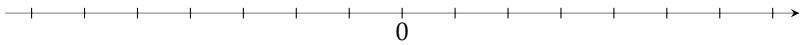
Exemple 3.1 :

Dans chaque cas, dire à quel intervalle appartiennent les réels x vérifiant l'inégalité, puis représenter graphiquement cet intervalle.

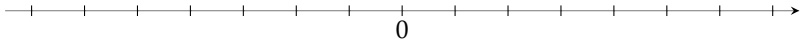
1. $-2 < x < 3$



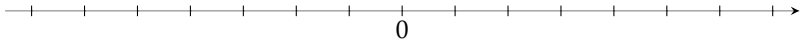
2. $1 \leq x < 5$



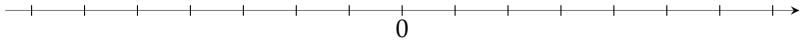
3. $-7 \leq x \leq -1$



4. $x < 0$



5. $x \geq -4$



I.2 Réunion et intersection d'intervalles

Définition 3.2 – Réunion et intersection

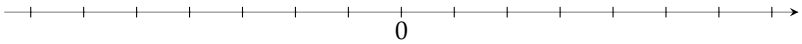
Soient I et J deux intervalles.

- L' _____ de I et J est l'ensemble des réels qui appartiennent à I ___ à J.
  Elle se note $\ldots\ldots$.
- La _____ de I et J est l'ensemble des réels qui appartiennent à I ____ à J.
  Elle se note $\ldots\ldots$.

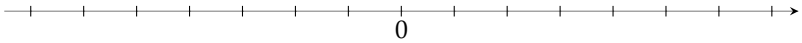
Exemple 3.2 :

Dans chacun des cas, écrire si possible la réunion ou l'intersection sous forme d'un unique intervalle, puis représenter graphiquement l'ensemble.

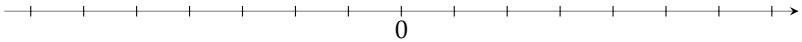
1. $[-1;5] \cup [2;6[$.



2. $[-1;5] \cap [2;6[$.



3. $[-3;1] \cup [4;7]$.



II Résolution d'inéquations

II.1 Manipulation d'inéquations

Propriété 3.1

1. À partir d'une inéquation, on obtient une inéquation équivalente si :
   - on ajoute ou retranche un même nombre à chaque membre.
   - on multiplie ou on divise chaque membre par un même nombre strictement _____ .
2. Si on multiplie ou divise chaque membre par un même nombre strictement _____ , le sens de l'inégalité _____ .

Exemple 3.3 :

Résoudre les inéquations suivantes :

1. $x + 1 \geq 3$
2. $5x < 6$
3. $-\frac{x+1}{2} > 3$
4. $4x + 7 \leq x + 2$

II.2 Tableaux de signes

Pour résoudre des inéquations plus complexes sous forme de produit et/ou de quotients d'expressions, il devient nécessaire de se donner un outil permettant d'étudier et rendre compte du signe de chaque expression.
On utilise alors un tableau de signes dans lequel on note le signe de chaque expression suivant les valeurs de la variable, puis on applique la règle des signes.

Exemple 3.4 :

Résoudre l'inéquation $(4x + 2)(-7x - 14) \leq 0$.

Exemple 3.5 :

Résoudre l'inéquation $\frac{3x+6}{x-5} \geq 0$.