2 Repérage dans le plan

I Repère du plan et coordonnées d'un point

I.1 Définition

Définition 2.1

Un repère $(O;I,J)$ du plan est constitué de deux droites graduées (ou axes) de même origine O, qui est l' ________ du repère.
L'axe des __________ *(resp.* __________ *)* est la droite (OI) *(resp.* (OJ)*)*, orientée dans le sens de O vers I *(resp. J)*, et a pour unité de longueur OI *(resp.* OJ*)*.
Dans un repère, tout point M est repéré par son abscisse x_M et son ordonnée y_M.
x_M et y_M sont appelées __________ du point M dans ce repère.
On note :

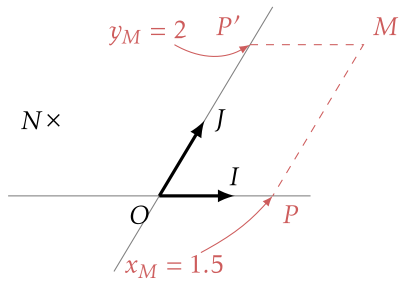
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

I.2 Méthode : *lecture des coordonnées d'un point*

Pour lire les coordonnées d'un point M, on procède ainsi :

1. On trace la parallèle à l'axe des ordonnées passant par M. Elle coupe l'axe (OI) en un point P. L'abscisse x_M du point M est l'abscisse de P sur (OI).
2. On trace la parallèle à l'axe des abscisses passant par M. Elle coupe l'axe (OJ) en un point P'. L'ordonnée y_M du point M est l'abscisse de P' sur (OJ).

Exemple 2.1 :



Les coordonnées du point M sont : ....
Quelles sont les coordonnées du point N?

Définition 2.2

On dit qu'un repère $(O;I,J)$ est __________ si $(OI) \perp (OJ)$.
Si de plus, $OI = OJ$ (i.e les deux axes ont la même unité), on dit alors que $(O;I,J)$ est __________ .
Si un repère n'est ni orthonormé, ni orthogonal, on dit qu'il est __________ .

Exercices : A

II Milieu d'un segment

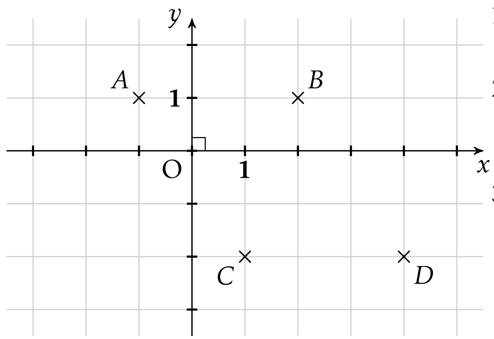
Exercices : B.1

Propriété 2.1 – Coordonnées du milieu d'un segment

Dans tout repère $(O;I,J)$ les coordonnées du point M, milieu du segment $[AB]$ sont :

$$M\left(\ldots\ldots;\ \ldots\ldots\right)$$

Exemple 2.2 :



1. Déterminer les coordonnées des points A, B, C et D.
2. Déterminer les coordonnées de I_1 milieu du segment $[AD]$ et de I_2 milieu du segment $[BC]$.
3. En déduire la nature du quadrilatère ABDC.

1.

2. •

•

3.

Exercices : B

III Distance entre deux points

Exercices : C.1

Propriété 2.2 – Distance entre deux points dans un repère orthonormé

Dans un repère orthonormé, la distance entre deux points $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ est :

$$AB = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

Exemple 2.3 :

Soient $A(3;6)$, $B(1;4)$ et $C(4;1)$.

1. Sous quelle condition le triangle ABC est-il rectangle en B ?
2. Démontrer que ABC est rectangle en B.

Exercices : C

IV Applications

IV.1 Alignement de points

Propriété 2.3 – Points alignés

Soient A, B et C trois points distincts du plan.

A, B et C sont alignés **si et seulement si** ....

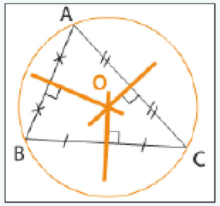
Exemple 2.4 :

Démontrer que les points $A(-2;-3)$, $B(3;0)$ et $C(18;9)$ sont alignés.

IV.2 Médiatrices et cercle circonscrit

Propriété 2.4 – Cercle circonscrit

Les ____________ des côtés d'un triangle sont concourantes en O, *centre de son cercle* ___________ .



Rappel La médiatrice d'un segment $[AB]$ est la droite qui le coupe ________

__________ en son ________ . C'est aussi l'ensemble des points situés à égale distance de A et de B.

Exemple 2.5 :

Dans un repère orthonormé, soient les points :
$O(1;2)$; $A(1;4)$; $B(3;2)$; $C\left(2;2-\sqrt{3}\right)$.

1. Démontrer que O est le point d'intersection des médiatrices de [AB], [BC] et [AC].

2. Que peut-on en déduire pour les points A, B et C ?

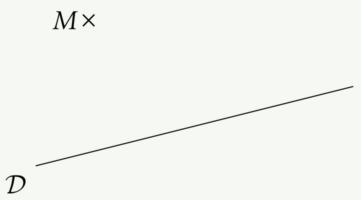
3. En déduire l'aire du cercle passant par les points A, B et C. *On considère le mètre comme unité.*

IV.3 Projeté orthogonal, aire d'un triangle

a) Projeté orthogonal d'un point sur une droite

Définition 2.3 – Projeté orthogonal

Soit $\mathcal{D}$ une droite et M un point tel que $M \notin \mathcal{D}$.
On dit que H est le __________________ de M sur $\mathcal{D}$ lorsque $H \in \mathcal{D}$ et $(MH) \perp \mathcal{D}$.



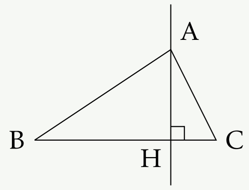
Remarque(s) :

- Le projeté orthogonal H d'un point M sur une droite $\mathcal{D}$ est le point de $\mathcal{D}$ le plus proche de M.
  MH est alors la distance entre M et la droite $\mathcal{D}$.

b) Hauteur et aire d'un triangle

Définition 2.4 – Hauteur

Dans un triangle ABC, la hauteur issue de A est la droite (AH), où H est le projeté orthogonal de A sur (BC).



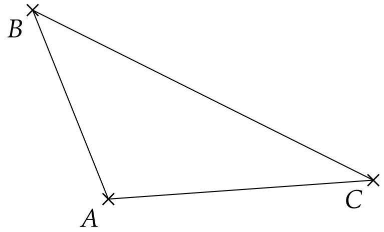
N.B : H s'appelle aussi le ______ de la hauteur issue de A, et $[BC]$ est alors appelé ______ du triangle.

Rappel La hauteur d'un triangle permet de calculer son aire $\mathcal{A}$. Initialement, la hauteur issue de A est une droite, mais on emploie aussi ce terme pour désigner la longueur du segment $[AH]$. On a alors :

$$\mathcal{A} = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

Exemple 2.6 :

On cherche à calculer l'aire du triangle ABC ci-dessous.
On suppose que l'on est dans un repère orthonormé dans lequel on a $A(-2;-1)$, $B(-3;1{,}5)$ et $C(1{,}5;-0{,}75)$.



1. Placer le point H, pied de la hauteur issue de A.
2. On suppose que le point H a pour coordonnées $H(-1{,}2;0{,}6)$. Calculer l'aire du triangle ABC.

Remarque(s) :

- L'aire obtenue est exprimés en unités d'aire, que l'on n'indique pas en mathématiques. Celle-ci est à déterminer dans un contexte plus concret (e.g (*exempli gratia*) physique, architecture etc). Si par exemple toutes les longueurs étaient exprimées en mètres, nous aurions une surface exprimés en m^2.

Exercices : D