Prénom : ...
Nom : ...
Classe : M1

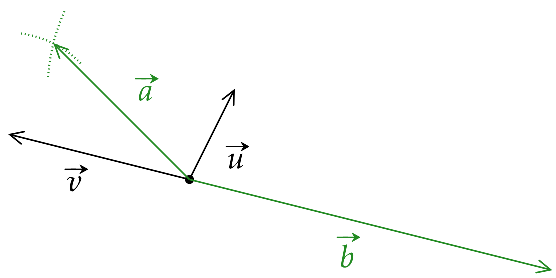
DS de Mathématiques (Sujet A)

Le sujet est à rendre avec la copie*.*
Les exercices sont ***indépendants****. L'usage de la calculatrice* ***est autorisé*** *.*
Il est rappelé que la qualité de la ***rédaction****, la* ***clarté*** *et la* ***précision*** *des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

Exercice	1	2	Total
Points	2	10	12
Note			

Exercice 1 .... 2 pts

Sur la figure ci-dessous, tracer un représentant des vecteurs $\vec{a} = \vec{u} + \vec{v}$ et $\vec{b} = -2\vec{v}$.



Exercice 2 .... 10 pts

Dans un repère orthonormé $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$, on donne les points suivants :

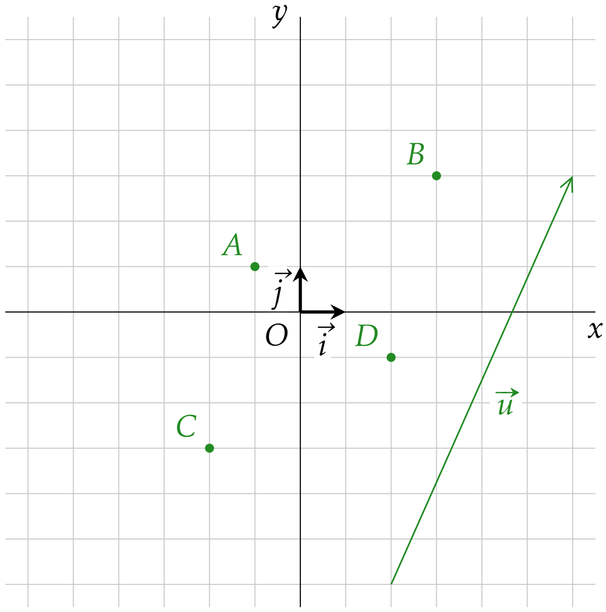
- $A(-1;1)$
- $B(3;3)$
- $C(-2;-3)$

/1 1. (a) Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{BC}$

/1 (b) Calculer les coordonnées du milieu de $[BC]$.

/1 (c) Calculer la longueur du segment $[BC]$.

/1 2. (a) Placer les points dans le repère ci-dessous.



/2 (b) Déterminer les coordonnées de D tel que $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$

/1 (c) Quelle est la nature du quadrilatère $ABDC$? *Justifier*.

3. Soit $\vec{u}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}$

/2 (a) Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{u}$.

/1 (b) Tracer un représentant de $\vec{u}$.

1. (a) $\overrightarrow{BC}=\begin{pmatrix} x_C-x_B \\ y_C-y_B \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2-3 \\ -3-3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -5 \\ -6 \end{pmatrix}$.

   (b) Soit M le milieu de $[BC]$.

$$\begin{aligned} M &= \left(\frac{x_B+x_C}{2} ; \frac{y_B+y_C}{2}\right) \\ &= \left(\frac{3-2}{2} ; \frac{3-3}{2}\right) \\ &= \left(\frac{1}{2};0\right) \end{aligned}$$

   (c)

$$\begin{aligned} BC &= \|\overrightarrow{BC}\| \\ &= \sqrt{(-5)^2+(-6)^2} \\ &= \sqrt{61} \\ &\approx 7{,}81 \end{aligned}$$

2. (a) *Cf. repère.*

   (b) Par le calcul, on trouve $\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$.

   Ainsi :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD} &\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x_D-(-1) \\ y_D-1 \end{pmatrix} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 4-1=x_D+1 \\ 2-4=y_D-1 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3-1 = x_D \\ -2+1 = y_D \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 2 \\ y_D = -1 \end{cases}$$

Donc $D(2;-1)$.

(c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ donne le vecteur correspondant à la diagonale du parallélogramme engendré par les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. Donc $[AD]$ est la diagonale du **parallélogramme** $ABDC$.
On peut aussi facilement démontrer qu'avec les coordonnées trouvées, on a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

3. (a) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$.
Donc :

$$\begin{aligned} \vec{u} &= \frac{1}{2} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} - 2 \times \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

(b) *Cf. repère.*

Prénom : ...
Nom : ...
Classe : M1

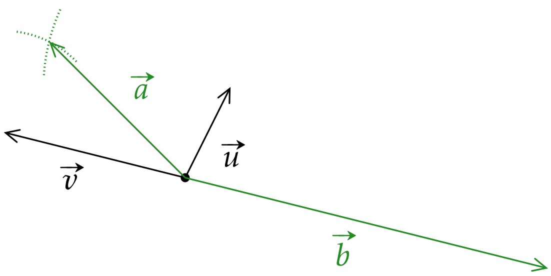
DS de Mathématiques (Sujet B)

***Le sujet est à rendre avec la copie**.*
*Les exercices sont **indépendants**. L'usage de la calculatrice **est autorisé** .*
*Il est rappelé que la qualité de la **rédaction**, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

Exercice	1	2	Total
Points	2	10	12
Note			

Exercice 1 .... 2 pts

Sur la figure ci-dessous, tracer un représentant des vecteurs $\vec{a} = \vec{u} + \vec{v}$ et $\vec{b} = -2\vec{v}$.



Exercice 2 .... 10 pts

Dans un repère orthonormé $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$, on donne les points suivants :

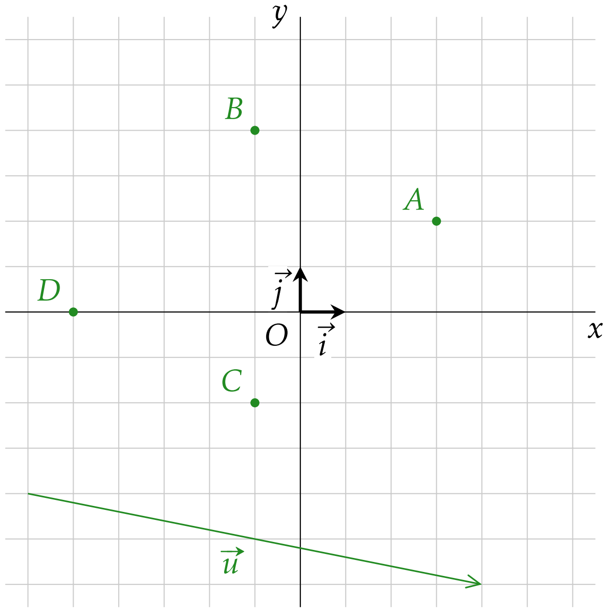
- $A(3;2)$
- $B(-1;4)$
- $C(-1;-2)$

/1 1. (a) Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{BC}$

/1 (b) Calculer les coordonnées du milieu de $[BC]$.

/1 (c) Calculer la longueur du segment $[BC]$.

/1 2. (a) Placer les points dans le repère ci-dessous.



/2 (b) Déterminer les coordonnées de D tel que $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$

/1 (c) Quelle est la nature du quadrilatère $ABDC$? *Justifier.*

3. Soit $\vec{u}=-2\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

/2 (a) Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{u}$.

/1 (b) Tracer un représentant de $\vec{u}$.

1. (a) $\overrightarrow{BC}=\begin{pmatrix}x_C-x_B\\y_C-y_B\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1-(-1)\\-2-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\-6\end{pmatrix}$.

   (b) Soit M le milieu de $[BC]$.

$$\begin{aligned}M&=\left(\frac{x_B+x_C}{2}\,;\,\frac{y_B+y_C}{2}\right)\\&=\left(\frac{-1-1}{2}\,;\,\frac{4-2}{2}\right)\\&=(-1;1)\end{aligned}$$

   (c)

$$\begin{aligned}BC&=\|\overrightarrow{BC}\|\\&=\sqrt{0^2+(-6)^2}\\&=6\\&=6\end{aligned}$$

2. (a) *Cf. repère.*

   (b) Par le calcul, on trouve $\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}-4\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}-4\\-4\end{pmatrix}$.

   Ainsi :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}&\Leftrightarrow\begin{pmatrix}-4\\2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-4\\-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x_D-3\\y_D-2\end{pmatrix}\\&\Leftrightarrow\begin{cases}-4-4=x_D-3\\2-4=y_D-2\end{cases}\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -8+3 = x_D \\ -2+2 = y_D \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -5 \\ y_D = 0 \end{cases}$$

Donc $D(-5;0)$.

(c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ donne le vecteur correspondant à la diagonale du parallélogramme engendré par les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. Donc $[AD]$ est la diagonale du **parallélogramme** $ABDC$.

On peut aussi facilement démontrer qu'avec les coordonnées trouvées, on a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

3. (a) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -4 \\ -4 \end{pmatrix}$.

Donc :

$$\begin{aligned} \vec{u} &= -2 \times \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \times \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 10 \\ -2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

(b) *Cf. repère.*