Prénom : ...
Nom : ...
Classe : Terminale

DS de Mathématiques (Sujet A)

Le sujet est à rendre avec la copie.
*Les exercices sont **indépendants**. L'usage de la calculatrice est **autorisé**.*
*Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

Exercice	1	2	Total
Points	6	7	13
Score			

Exercice 1 .... 6 pts

/1 1. Question de cours : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n;p)$. Écrire la formule du calcul de $P(X=k)$.

2. Soit $X \hookrightarrow \mathcal{B}(20;0{,}6)$.
   Calculer les probabilités suivantes. *Arrondir les résultats à 10^{-3} près.*
   /1 (a) $P(X=15)$
   /1 (b) $P(X<14)$
   /1 (c) $P(6 \leq X \leq 11)$
   /1 (d) $P_{X<14}(X=12)$
   /1 (e) $P_{6\leq X\leq 13}(X<14)$

1. $P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$.
2. (a) $P(X=15) \approx 0{,}075$.
   (b) $P(X<14) = P(X \leq 13) \approx 0{,}75$.
   (c) $P(6 \leq X \leq 11) = P(X \leq 11) - P(X \leq 5) \approx 0{,}403$.
   (d)
$$\begin{aligned} P_{X<14}(X=12) &= \frac{P\big((X<14)\cap(X=12)\big)}{P(X<12)} \\ &= \frac{P(X=12)}{P(X\leq 13)} \\ &\approx 0{,}24 \end{aligned}$$
   (e) Si $6 \leq X \leq 13$ est réalisé, on est certain d'avoir $X<14$.
   Donc sans avoir besoin d'effectuer de calcul, on a $P_{6\leq X\leq 13}(X<14) = 1$.

Exercice 2 .... 7 pts

Voulant profiter du fait que tous les passagers ne se présentent pas à l'embarquement, une compagnie aérienne pratique la surréservation : elle vend 125 billets pour un vol pouvant embarquer 120 passagers.
La probabilité qu'un passager ne se présente pas à l'embarquement vaut 0,1 et on suppose que tous les passagers se comportent de manière identique et indépendante.
On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de passagers se présentant à l'embarquement.

/1 1. Justifier que la probabilité qu'un passager se présente à l'embarquement est égale à 0,9.

/2 2. Préciser la loi de probabilité de X.

/2 3. Quelle est la probabilité que tous les passagers qui se présentent à l'embarquement puissent monter à bord ? *Donner un résultat à* 10^{-3} *près*.

/2 4. En moyenne sur un grand nombre de vols, avec cette stratégie, combien de passagers se présentent à l'embarquement ?

1. La probabilité qu'un passage ne se présente pas est égale à 0,1, donc la probabilité qu'il se présente est égale à $1 - 0{,}1$, soit 0,9.
2. $X \hookrightarrow \mathcal{B}(125; 0{,}9)$.
3. Pour que tous les passagers aient une place, il faut qu'au plus 120 se présentent.
   On doit donc calculer la probabilité de l'évènement $X \leq 120$.
   $P(X \leq 120) \approx 0{,}996$.
4. On calcule l'espérance de X. X suit une loi binomiale, donc $E(X) = np$.
   Ainsi : $E(X) = 125 \times 0{,}9 \approx 113$.
   Sur un grand nombre de vols, il y a en moyenne 113 passagers qui se présentent.

Prénom : …
Nom : …
Classe : Terminale

DS de Mathématiques (Sujet B)

Le sujet est à rendre avec la copie.
*Les exercices sont **indépendants**. L'usage de la calculatrice est **autorisé**.*
*Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

Exercice	1	2	Total
Points	6	7	13
Score			

Exercice 1 .... 6 pts

/1 1. Question de cours : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n;p)$. Écrire la formule du calcul de $P(X=k)$.

2. Soit $X \hookrightarrow \mathcal{B}(30;0{,}7)$.
Calculer les probabilités suivantes. *Arrondir les résultats à 10^{-3} près.*

/1 (a) $P(X=18)$

/1 (b) $P(X<15)$

/1 (c) $P(13 \leq X \leq 20)$

/1 (d) $P_{X<18}(X=13)$

/1 (e) $P_{10\leq X\leq 17}(X<18)$

1. $P(X=k)=\binom{n}{k}p^k\left(1-p\right)^{n-k}$.
2. (a) $P(X=18)\approx 0{,}075$.
   (b) $P(X<15)=P(X\leq 14)\approx 0{,}006$.
   (c) $P(13\leq X\leq 20)=P(X\leq 20)-P(X\leq 12)\approx 0{,}411$.
   (d)
$$\begin{aligned}P_{X<18}(X=13)&=\frac{P\Big((X<18)\cap(X=13)\Big)}{P(X<13)}\\&=\frac{P(X=13)}{P(X\leq 17)}\\&\approx 0{,}018\end{aligned}$$
   (e) Si $10\leq X\leq 17$ est réalisé, on est certain d'avoir $X<18$.
   Donc sans avoir besoin d'effectuer de calcul, on a $P_{10\leq X\leq 17}(X<18)=1$.

Exercice 2 .... 7 pts

Voulant profiter du fait que tous les passagers ne se présentent pas à l'embarquement, une compagnie aérienne pratique la surréservation : elle vend 135 billets pour un vol pouvant embarquer 130 passagers.
La probabilité qu'un passager ne se présente pas à l'embarquement vaut 0,1 et on suppose que tous les passagers se comportent de manière identique et indépendante.
On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de passagers se présentant à l'embarquement.

/1 1. Justifier que la probabilité qu'un passager se présente à l'embarquement est égale à 0,9.

/2 2. Préciser la loi de probabilité de X.

/2 3. Quelle est la probabilité que tous les passagers qui se présentent à l'embarquement puissent monter à bord ? *Donner un résultat à* 10^{-3} *près*.

/2 4. En moyenne sur un grand nombre de vols, avec cette stratégie, combien de passagers se présentent à l'embarquement ?

1. La probabilité qu'un passage ne se présente pas est égale à 0,1, donc la probabilité qu'il se présente est égale à $1 - 0{,}1$, soit 0,9.
2. $X \hookrightarrow \mathcal{B}(135; 0{,}9)$.
3. Pour que tous les passagers aient une place, il faut qu'au plus 130 se présentent.
   On doit donc calculer la probabilité de l'évènement $X \leq 130$.
   $P(X \leq 130) \approx 0{,}998$.
4. On calcule l'espérance de X. X suit une loi binomiale, donc $E(X) = np$.
   Ainsi : $E(X) = 135 \times 0{,}9 \approx 122$.
   Sur un grand nombre de vols, il y a en moyenne 122 passagers qui se présentent.