

Prénom : ...
Nom : ...
Classe : Terminale



— DS de Mathématiques (Sujet A) —

Le sujet est à rendre avec la copie.

*Les exercices sont **indépendants**. L'usage de la calculatrice est **autorisé**.*

*Il est rappelé que la **qualité de la rédaction**, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

Exercice	1	Total
Points	6,5	6,5
Score		

Exercice 1 6,5 pts

L'angine chez l'être humain est provoquée soit par une bactérie (angine bactérienne), soit par un virus (angine virale). On admet qu'un malade ne peut pas être à la fois porteur du virus et de la bactérie.

L'angine est bactérienne dans 20% des cas.

Pour déterminer si une angine est bactérienne, on dispose d'un test. Le résultat du test peut être positif ou négatif. Le test est conçu pour être positif lorsque l'angine est bactérienne, mais il présente des risques d'erreur :

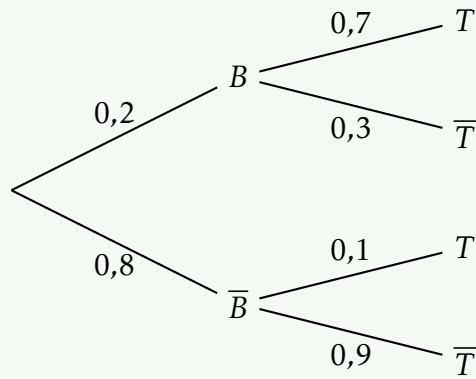
- si l'angine est bactérienne, le test est négatif dans 30% des cas.
- si l'angine est virale, le test est positif dans 10% des cas.

On choisit au hasard un malade atteint d'angine. On note les événements suivants.

- B : « L'angine du malade est bactérienne ».
- T : « Le test effectué est positif ».

- /1 1. Représenter la situation par un arbre de probabilité.
- /0,5 2. (a) Quelle est la probabilité que l'angine du malade soit bactérienne et que le test soit positif?
- /1 (b) Montrer que la probabilité que le test soit positif est de 0,22.
- /1 (c) Un malade est choisi au hasard parmi ceux dont le test est positif. Quelle est la probabilité pour que son angine soit bactérienne?
3. On choisit au hasard cinq malades atteints d'une angine. On peut assimiler ce choix à un tirage avec remise. On note X la variable aléatoire qui compte, parmi les cinq malades choisis, le nombre de malades dont le test est positif.
- /0,5 (a) Quelle est la loi de probabilité suivie par X ?
- /1 (b) Calculer la probabilité qu'au moins l'un des cinq malades ait un test positif.
- /0,5 (c) Calculer l'espérance mathématique de X .
- /1 4. Quel est le nombre minimum de patients atteints d'une angine à tester pour que la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux soit positif soit supérieure à 0,99?

1.



2. (a) $P(B \cap T) = P(B) \times P_B(T) = 0,2 \times 0,7 = 0,14$

(b) D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}
 P(T) &= P(B \cap T) + P(\bar{B} \cap T) \\
 &= 0,14 + P(\bar{B}) \times P_{\bar{B}}(T) \\
 &= 0,14 + 0,8 \times 0,1 \\
 &= 0,14 + 0,08 \\
 &= 0,22
 \end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}
 P_T(B) &= \frac{P(B \cap T)}{P(T)} \\
 &= \frac{0,14}{0,22} \\
 &\approx 0,64
 \end{aligned}$$

3. (a) $X \hookrightarrow \mathcal{B}(5 ; 0,22)$.

(b)

$$\begin{aligned}
 P(X \geq 1) &= 1 - P(X < 1) \\
 &= 1 - P(X = 0) \\
 &\approx 1 - 0,29 \\
 &= 0,71
 \end{aligned}$$

(c) $X \hookrightarrow \mathcal{B}(5 ; 0,22)$, donc $E(X) = 5 \times 0,22 = 1,1$.

4. On considère maintenant $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n; 0,22)$.

$$\begin{aligned}
 P(X \geq 1) \geq 0,99 &\Leftrightarrow 1 - P(X = 0) \geq 0,99 \\
 &\Leftrightarrow 1 - 0,78^n \geq 0,99 \\
 &\Leftrightarrow 0,78^n \leq 0,01 \\
 &\Leftrightarrow n \ln(0,78) \leq \ln(0,01) \\
 &\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,78)}
 \end{aligned}$$

Or $\frac{\ln(0,01)}{\ln(0,78)} \approx 18,53$.

Donc $n = 19$.

Prénom : ...
Nom : ...
Classe : Terminale



— DS de Mathématiques (Sujet B) —

Le sujet est à rendre avec la copie.

*Les exercices sont **indépendants**. L'usage de la calculatrice est **autorisé**.*

*Il est rappelé que la **qualité de la rédaction**, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

Exercice	1	Total
Points	6,5	6,5
Score		

Exercice 1 6,5 pts

L'angine chez l'être humain est provoquée soit par une bactérie (angine bactérienne), soit par un virus (angine virale). On admet qu'un malade ne peut pas être à la fois porteur du virus et de la bactérie.

L'angine est bactérienne dans 20% des cas.

Pour déterminer si une angine est bactérienne, on dispose d'un test. Le résultat du test peut être positif ou négatif. Le test est conçu pour être positif lorsque l'angine est bactérienne, mais il présente des risques d'erreur :

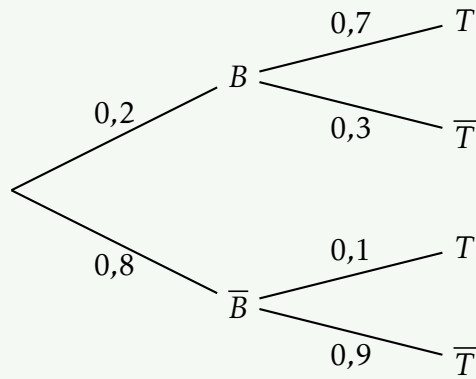
- si l'angine est bactérienne, le test est négatif dans 30% des cas.
- si l'angine est virale, le test est positif dans 10% des cas.

On choisit au hasard un malade atteint d'angine. On note les événements suivants.

- B : « L'angine du malade est bactérienne ».
- T : « Le test effectué est positif ».

- /1 1. Représenter la situation par un arbre de probabilité.
- /0,5 2. (a) Quelle est la probabilité que l'angine du malade soit bactérienne et que le test soit positif?
- /1 (b) Montrer que la probabilité que le test soit positif est de 0,22.
- /1 (c) Un malade est choisi au hasard parmi ceux dont le test est positif. Quelle est la probabilité pour que son angine soit bactérienne?
3. On choisit au hasard cinq malades atteints d'une angine. On peut assimiler ce choix à un tirage avec remise. On note X la variable aléatoire qui compte, parmi les cinq malades choisis, le nombre de malades dont le test est positif.
- /0,5 (a) Quelle est la loi de probabilité suivie par X ?
- /1 (b) Calculer la probabilité qu'au moins l'un des cinq malades ait un test positif.
- /0,5 (c) Calculer l'espérance mathématique de X .
- /1 4. Quel est le nombre minimum de patients atteints d'une angine à tester pour que la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux soit positif soit supérieure à 0,99?

1.



2. (a) $P(B \cap T) = P(B) \times P_B(T) = 0,2 \times 0,7 = 0,14$

(b) D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}
 P(T) &= P(B \cap T) + P(\bar{B} \cap T) \\
 &= 0,14 + P(\bar{B}) \times P_{\bar{B}}(T) \\
 &= 0,14 + 0,8 \times 0,1 \\
 &= 0,14 + 0,08 \\
 &= 0,22
 \end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}
 P_T(B) &= \frac{P(B \cap T)}{P(T)} \\
 &= \frac{0,14}{0,22} \\
 &\approx 0,64
 \end{aligned}$$

3. (a) $X \hookrightarrow \mathcal{B}(5 ; 0,22)$.

(b)

$$\begin{aligned}
 P(X \geq 1) &= 1 - P(X < 1) \\
 &= 1 - P(X = 0) \\
 &\approx 1 - 0,29 \\
 &= 0,71
 \end{aligned}$$

(c) $X \hookrightarrow \mathcal{B}(5 ; 0,22)$, donc $E(X) = 5 \times 0,22 = 1,1$.

4. On considère maintenant $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n; 0,22)$.

$$\begin{aligned}
 P(X \geq 1) \geq 0,99 &\Leftrightarrow 1 - P(X = 0) \geq 0,99 \\
 &\Leftrightarrow 1 - 0,78^n \geq 0,99 \\
 &\Leftrightarrow 0,78^n \leq 0,01 \\
 &\Leftrightarrow n \ln(0,78) \leq \ln(0,01) \\
 &\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,78)}
 \end{aligned}$$

Or $\frac{\ln(0,01)}{\ln(0,78)} \approx 18,53$.

Donc $n = 19$.