Prénom : ...
Nom : ...
Classe : Terminale

DS de Mathématiques (Sujet A)

Le sujet est à rendre avec la copie.
*Les exercices sont **indépendants**. L'usage de la calculatrice est **autorisé**.*
*Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

Exercice	1	2	Total
Points	14	6	20
Score			

Exercice 1 .... 14 pts

(Inspiré du sujet 2 Baccalauréat Polynésie 2 juin 2021)

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 12\,500$ et pour tout entier $n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = 0{,}94u_n + 300$$

Le but de l'exercice est de démontrer que (u_n) admet une limite, puis de déterminer celle-ci.

/1 1. Calculer u_1 et vérifier que $u_2 = 11\,627$.

/3 2. (a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n : $u_n > 5000$.

/1 (b) Que peut-on en déduire pour la suite (u_n) ?

/3 3. (a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n : $u_{n+1} < u_n$.

/1 (b) Que peut-on en déduire pour la suite (u_n) ?

/2 4. Justifier que la suite (u_n) converge.

/2 5. Notons l la limite de la suite (u_n). Déterminer l.

/1 6. En 2020, une espèce animale comptait 12 500 individus.
L'évolution observée les années précédentes conduit à estimer qu'à partir de l'année 2021, cette population baissera de 6% chaque début d'année. Pour ralentir cette baisse, il a été décidé de réintroduire 300 individus à la fin de chaque année, à partir de 2021. Une responsable d'une association soutenant cette stratégie affirme que : « l'espèce ne devrait pas s'éteindre, mais malheureusement, nous n'empêcherons pas une disparition de plus de la moitié de la population ».
Que pensez-vous de cette affirmation ? Justifier la réponse.

Exercice 2 .... 6 pts

Soit (t_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $t_0 = \frac{11}{2}$ et $t_n = \frac{20n+11}{4n+2}$.

1. Dans un tableur, on obtient les termes suivants :

	A	B
1	$\boldsymbol{n}$	$\boldsymbol{t_n}$
2	0	5,5
3	1	5,1667
4	2	5,1
5	3	5,0714
6	4	5,0556
7	5	5,0455

/1 (a) Quelle formule faut-il saisir en B3 pour obtenir les valeurs des termes de la suite en l'étirant vers le bas ?

/1 (b) Conjecturer la limite de la suite (t_n), éventuellement à l'aide de la calculatrice.

/2 2. (a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $t_n = 5 + \frac{1}{4n+2}$.

/2 (b) Démontrer la conjecture précédemment émise.

Prénom : ...
Nom : ...
Classe : Terminale

DS de Mathématiques (Sujet B)

Le sujet est à rendre avec la copie.
*Les exercices sont **indépendants**. L'usage de la calculatrice est **autorisé**.*
*Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

Exercice	1	2	Total
Points	14	6	20
Score			

Exercice 1 .... 14 pts

(Inspiré du sujet 2 Baccalauréat Polynésie 2 juin 2021)

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 9\,000$ et pour tout entier $n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = 0{,}96u_n + 160$$

Le but de l'exercice est de démontrer que (u_n) admet une limite, puis de déterminer celle-ci.

/1 1. Calculer u_1 et vérifier que $u_2 = 8\,608$.

/3 2. (a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n : $u_n > 4000$.

/1 (b) Que peut-on en déduire pour la suite (u_n) ?

/3 3. (a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n : $u_{n+1} < u_n$.

/1 (b) Que peut-on en déduire pour la suite (u_n) ?

/2 4. Justifier que la suite (u_n) converge.

/2 5. Notons l la limite de la suite (u_n). Déterminer l.

/1 6. En 2020, une espèce animale comptait 9 000 individus.
L'évolution observée les années précédentes conduit à estimer qu'à partir de l'année 2021, cette population baissera de 4% chaque début d'année. Pour ralentir cette baisse, il a été décidé de réintroduire 160 individus à la fin de chaque année, à partir de 2021. Une responsable d'une association soutenant cette stratégie affirme que : « l'espèce ne devrait pas s'éteindre, mais malheureusement, nous n'empêcherons pas une disparition de plus de la moitié de la population ».
Que pensez-vous de cette affirmation ? Justifier la réponse.

Exercice 2 .... 6 pts

Soit (t_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $t_0 = \frac{9}{4}$ et $t_n = \frac{4n+9}{2n+4}$.

1. Dans un tableur, on obtient les termes suivants :

	A	B
1	$\boldsymbol{n}$	$\boldsymbol{t_n}$
2	0	2,25
3	1	2,1667
4	2	2,125
5	3	2,1
6	4	2,0833
7	5	2,0714

/1 (a) Quelle formule faut-il saisir en B3 pour obtenir les valeurs des termes de la suite en l'étirant vers le bas ?

/1 (b) Conjecturer la limite de la suite (t_n), éventuellement à l'aide de la calculatrice.

/2 2. (a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $t_n = 2 + \frac{1}{2n+4}$.

/2 (b) Démontrer la conjecture précédemment émise.