

Prénom : ...

Nom : ...

Classe : M1

DS de Mathématiques (Sujet A)



Le sujet est à rendre avec la copie.

Les exercices sont indépendants. L'usage de la calculatrice est autorisé.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice	1	2	3	4	Total
Points	3	3	3	3	12
Note					

Exercice 1 3 pts

Soient $f : x \mapsto 9x - 1$ et $g : x \mapsto \sqrt{x}$.

- /2 1. Déterminer l'expression de $f \circ g$ et de $g \circ f$.
- /1 2. Déterminer l'ensemble de définition de $f \circ g$ et de $g \circ f$.

1. $(f \circ g)(x) = 9\sqrt{x} - 1$ et $(g \circ f)(x) = \sqrt{9x - 1}$.

2. $\mathcal{D}_{f \circ g} = [0, +\infty[$.
 $9x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow 9x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{9}$.
 Donc $\mathcal{D}_{g \circ f} = [\frac{1}{9}, +\infty[$.

Exercice 2 3 pts

Soient $f : x \mapsto -3x + 4$ et $g : x \mapsto \frac{1}{x+5}$.

- /2 1. Déterminer l'expression de $f \circ g$ et de $g \circ f$.
- /1 2. Déterminer l'ensemble de définition de $f \circ g$ et de $g \circ f$.

1. $(f \circ g)(x) = 4 - \frac{3}{x+5}$ et $(g \circ f)(x) = \frac{1}{-3x+9}$.

2. $\mathcal{D}_{f \circ g} = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$ et $\mathcal{D}_{g \circ f} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Exercice 3 3 pts

Soit $f : x \mapsto \frac{1}{x+2}$.

- /1 1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
- /2 2. Décomposer f à l'aide de fonctions élémentaires.

1. $x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$.
 Donc $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

2. $x \xrightarrow{f_1} x + 2 \xrightarrow{f_2} \frac{1}{x+2}$.

$f(x) = (f_2 \circ f_1)(x)$ avec $\begin{cases} f_1(x) = x + 2 \\ f_2(x) = \frac{1}{x} \end{cases}$.

Exercice 4 3 pts

Soit $f : x \mapsto \sqrt{\frac{1}{x-4}}$.

- /1 1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
- /2 2. Décomposer f à l'aide de fonctions élémentaires.

1. Ce qui est sous la racine doit être positif :

$$\begin{aligned}\frac{1}{x-4} \geq 0 &\Leftrightarrow x-4 \geq 0 \\ &\Leftrightarrow x \geq 4\end{aligned}$$

On ne peut pas diviser par zéro, donc 4 est à exclure de l'ensemble de définition.
D'après ce qui précède : $\mathcal{D}_f =]4; +\infty[$.

2. $x \xrightarrow{f_1} x-4 \xrightarrow{f_2} \frac{1}{x-4} \xrightarrow{f_3} \sqrt{\frac{1}{x-4}}$.

$$f(x) = (f_3 \circ f_2 \circ f_1)(x) \text{ avec } \begin{cases} f_1(x) = x-4 \\ f_2(x) = \frac{1}{x} \\ f_3(x) = \sqrt{x} \end{cases} .$$

Prénom : ...

Nom : ...

Classe : M1

DS de Mathématiques (Sujet B)



Le sujet est à rendre avec la copie.

Les exercices sont indépendants. L'usage de la calculatrice est autorisé.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice	1	2	3	4	Total
Points	3	3	3	3	12
Note					

Exercice 1 3 pts

Soient $f : x \mapsto 6x - 1$ et $g : x \mapsto \sqrt{x}$.

- /2 1. Déterminer l'expression de $f \circ g$ et de $g \circ f$.
- /1 2. Déterminer l'ensemble de définition de $f \circ g$ et de $g \circ f$.

1. $(f \circ g)(x) = 6\sqrt{x} - 1$ et $(g \circ f)(x) = \sqrt{6x - 1}$.

2. $\mathcal{D}_{f \circ g} = [0, +\infty[$.
 $6x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow 6x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{6}$.
 Donc $\mathcal{D}_{g \circ f} = [\frac{1}{6}, +\infty[$.

Exercice 2 3 pts

Soient $f : x \mapsto -5x + 1$ et $g : x \mapsto \frac{1}{x+5}$.

- /2 1. Déterminer l'expression de $f \circ g$ et de $g \circ f$.
- /1 2. Déterminer l'ensemble de définition de $f \circ g$ et de $g \circ f$.

1. $(f \circ g)(x) = 1 - \frac{5}{x+5}$ et $(g \circ f)(x) = \frac{1}{-5x+6}$.

2. $\mathcal{D}_{f \circ g} = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$ et $\mathcal{D}_{g \circ f} = \mathbb{R} \setminus \{\frac{6}{5}\}$.

Exercice 3 3 pts

Soit $f : x \mapsto \frac{1}{x+7}$.

- /1 1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
- /2 2. Décomposer f à l'aide de fonctions élémentaires.

1. $x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = -7$.
 Donc $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{-7\}$.

2. $x \xrightarrow{f_1} x + 7 \xrightarrow{f_2} \frac{1}{x+7}$.

$f(x) = (f_2 \circ f_1)(x)$ avec $\begin{cases} f_1(x) = x + 7 \\ f_2(x) = \frac{1}{x} \end{cases}$.

Exercice 4 3 pts

Soit $f : x \mapsto \sqrt{\frac{1}{x-3}}$.

- /1 1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
- /2 2. Décomposer f à l'aide de fonctions élémentaires.

1. Ce qui est sous la racine doit être positif :

$$\frac{1}{x-3} \geq 0 \Leftrightarrow x-3 \geq 0 \\ \Leftrightarrow x \geq 3$$

On ne peut pas diviser par zéro, donc 3 est à exclure de l'ensemble de définition.
D'après ce qui précède : $\mathcal{D}_f =]3; +\infty[$.

2. $x \xrightarrow{f_1} x-3 \xrightarrow{f_2} \frac{1}{x-3} \xrightarrow{f_3} \sqrt{\frac{1}{x-3}}$.

$$f(x) = (f_3 \circ f_2 \circ f_1)(x) \text{ avec } \begin{cases} f_1(x) = x-3 \\ f_2(x) = \frac{1}{x} \\ f_3(x) = \sqrt{x} \end{cases} .$$