Prénom : . . .
Nom : . . .
Classe : 1ère

DS de Mathématiques (Sujet A)

Le sujet est à rendre avec la copie.
Les exercices sont ***indépendants****. L'usage de la calculatrice* ***est autorisé*** *.*
Il est rappelé que la qualité de la ***rédaction****, la* ***clarté*** *et la* ***précision*** *des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

Exercice	1	Total
Points	11	11
Note		

Exercice 1 . . . 11 pts

Pour une certaine occasion, deux personnes A et B organisent une tombola.
La personne A propose 100 billets, et les lots gagnants sont les suivants :

- 1 lot rapporte 200 €.
- 4 lots rapportent 40 €.
- 25 lots rapportent 5 €.

La personne B propose autant de billets, mais les lots gagnants sont répartis comme suit :

- 5 lots rapportent 20 €.
- 10 lots rapportent 15 €.
- 15 lots rapportent 10 €.
- 20 lots rapportent 5 €.

Les billets sont vendus 5 € dans les deux cas.
On note respectivement A et B les variables aléatoires égales au gain algébrique d'un joueur pour les tombolas A et B.

/4 1. Déterminer les lois de probabilités des variables aléatoires A et B.
/4 2. Quelle tombola est la plus intéressante ? *Justifier*.
/3 3. Démontrer que $\sigma(A) \approx 21{,}14$ et $\sigma(B) \approx 6{,}12$ et interpréter.

1.

x	195	35	0	-5
$P(A=x)$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{10}$

x	15	10	5	0	-5
$P(B=x)$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$

2. On calcule l'espérance de A et l'espérance de B.
On trouve $E(A) = -\frac{3}{20}$ et $E(B) = 0$.
Un espérance nulle correspond ici à un jeu équitable.
La tombola la plus intéssante est la tombola B, car son espérance de gain est supérieure.

3. On doit d'abord calculer la variance.

   On peut par exemple appliquer la formule de base :

$$\text{Var}(A) = \sum_{k=1}^{4} P(A = x_k) \times \left(x_k - E(A)\right)^2$$

   On trouve : $\text{Var}(A) = \frac{178691}{400} \approx 446{,}73$ et $\text{Var}(B) = \frac{75}{2}$.

   On en déduit $\sigma(A) = \sqrt{\frac{178691}{400}} \approx 21{,}14$ et $\sigma(B) = \sqrt{\frac{75}{2}} \approx 6{,}12$.

   Un écart-type plus grand s'interprète ici comme une plus grande inégalité dans la répartition des gains pour la tombola A.

Prénom : . . .
Nom : . . .
Classe : 1ère

DS de Mathématiques (Sujet B)

***Le sujet est à rendre avec la copie**.*
*Les exercices sont **indépendants**. L'usage de la calculatrice **est autorisé** .*
*Il est rappelé que la qualité de la **rédaction**, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

Exercice	1	Total
Points	11	11
Note		

Exercice 1 . . . . 11 pts

Pour une certaine occasion, deux personnes A et B organisent une tombola.
La personne A propose 100 billets, et les lots gagnants sont les suivants :

- 1 lot rapporte 250 €.
- 4 lots rapportent 50 €.
- 25 lots rapportent 2 €.

La personne B propose autant de billets, mais les lots gagnants sont répartis comme suit :

- 5 lots rapportent 20 €.
- 10 lots rapportent 15 €.
- 15 lots rapportent 8 €.
- 20 lots rapportent 5 €.

Les billets sont vendus 5 € dans les deux cas.
On note respectivement A et B les variables aléatoires égales au gain algébrique d'un joueur pour les tombolas A et B.

/4 1. Déterminer les lois de probabilités des variables aléatoires A et B.
/4 2. Quelle tombola est la plus intéressante ? *Justifier*.
/3 3. Démontrer que $\sigma(A) \approx 26{,}48$ et $\sigma(B) \approx 5{,}92$ et interpréter.

1.

x	245	45	-3	-5
$P(A=x)$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{10}$

x	15	10	3	0	-5
$P(B=x)$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$

2. On calcule l'espérance de A et l'espérance de B.
On trouve $E(A) = 0$ et $E(B) = -\frac{3}{10}$.
Un espérance nulle correspond ici à un jeu équitable.
La tombola la plus intéssante est la tombola A, car son espérance de gain est supérieure.

3. On doit d'abord calculer la variance.
   On peut par exemple appliquer la formule de base :
   $$\mathrm{Var}(A) = \sum_{k=1}^{4} P(A = x_k) \times \left(x_k - E(A)\right)^2$$
   On trouve : $\mathrm{Var}(A) = 701$ et $\mathrm{Var}(B) = \frac{3501}{100}$.
   On en déduit $\sigma(A) = \sqrt{701} \approx 26{,}48$ et $\sigma(B) = \sqrt{\frac{3501}{100}} \approx 5{,}92$.
   Un écart-type plus grand s'interprète ici comme une plus grande inégalité dans la répartition des gains pour la tombola A.