Prénom : ...
Nom : ...
Classe : 1ère

DS de Mathématiques (Sujet A)

Le sujet est à rendre avec la copie.
Les exercices sont ***indépendants****. L'usage de la calculatrice* ***est autorisé*** *.*
Il est rappelé que la qualité de la ***rédaction****, la* ***clarté*** *et la* ***précision*** *des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

Exercice	1	2	Total
Points	6	8	14
Note			

Exercice 1 .... 6 pts

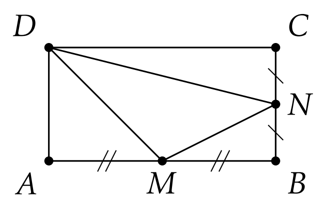
Soient $A(-4;4)$, $B(2;1)$ et $C(7;11)$ dans un repère orthonormé.

/4 1. En utilisant le produit scalaire, démontrer que le triangle ABC est un triangle rectangle.
/2 2. Déterminer les coordonnées de D tel que $ABCD$ soit un rectangle.

1. $\overrightarrow{BA} = \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix}$.
   On en déduit :
   $$\begin{aligned}\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} &= -6\times 5 + 3\times 10 \\ &= 0\end{aligned}$$
   $\boxed{\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} = 0}$, donc $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux.
   On en déduit que $\boxed{ABC \text{ est rectangle en } B}$.
2. ABC est rectangle en B.
   Donc pour que $ABCD$ soit un rectangle, il suffit qu'il soit un parallélogramme.
   On doit donc chercher D tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.
   On pose les deux équations qui découlent de cette égalité et on trouve $x_D = 1$ et $y_D = 14$.
   Donc il faut que D ait pour coordonnées $\boxed{(1;14)}$ pour que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Exercice 2 .... 8 pts

On considère la figure ci-dessous sur laquelle $ABCD$ est un rectangle de longueur 2 et de largeur 1.



On se place dans le repère orthonormé $\left(A\ ;\ \overrightarrow{AM}\ ,\ \overrightarrow{AD}\right)$.

/2 1. Déterminer les coordonnées des points de la figure dans ce repère.
/3 2. Démontrer que $\overrightarrow{DM}\cdot\overrightarrow{DN} = \frac{5}{2}$.
/3 3. Déterminer une mesure arrondie si nécessaire à 10^{-2} près de chaque angle du triangle DMN.

1.
- $A(0;0)$
- $B(2;0)$
- $C(2;1)$
- $D(0;1)$
- $M(1;0)$
- $N\left(2;\frac{1}{2}\right)$

2. On calcule :
   - $\overrightarrow{DM}=\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$
   - $\overrightarrow{DN}=\begin{pmatrix}2\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$.

   On en déduit :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{DM}\cdot\overrightarrow{DN}&=1\times 2+(-1)\times\left(-\frac{1}{2}\right)\\&=\boxed{\frac{5}{2}}\end{aligned}$$

3. $\|\overrightarrow{DM}\|=\sqrt{2}$ et $\|\overrightarrow{DN}\|=\frac{\sqrt{17}}{2}$.

$$\begin{aligned}\widehat{MDN}&=\arccos\left(\frac{\overrightarrow{DM}\cdot\overrightarrow{DN}}{\|\overrightarrow{DM}\|\times\|\overrightarrow{DN}\|}\right)\\&=\arccos\left(\frac{\frac{5}{2}}{\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{17}}{2}}\right)\\&\approx\boxed{30{,}96^\circ}\end{aligned}$$

   On procède de même pour trouver une mesure de l'angle $\widehat{DMN}$.
   On a besoin de calculer :
   - $\overrightarrow{MD}=-\overrightarrow{DM}=\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$
   - $\overrightarrow{MN}=\begin{pmatrix}1\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}$.
   - $\|\overrightarrow{MD}\|=\|\overrightarrow{DM}\|=\sqrt{2}$ et $\|\overrightarrow{MN}\|=\frac{\sqrt{5}}{2}$

   On en déduit : $\boxed{\widehat{DMN}=\arccos\left(\frac{\overrightarrow{MD}\cdot\overrightarrow{MN}}{\|\overrightarrow{MD}\|\times\|\overrightarrow{MN}\|}\right)\approx 108{,}43^\circ}$.

   La somme des angles d'un triangle étant égale à 180°, on en déduit $\boxed{\widehat{DNM}\approx 40{,}61^\circ}$.

Prénom : ...
Nom : ...
Classe : 1ère

DS de Mathématiques (Sujet B)

Le sujet est à rendre avec la copie*.*
Les exercices sont ***indépendants****. L'usage de la calculatrice* ***est autorisé*** *.*
Il est rappelé que la qualité de la ***rédaction****, la* ***clarté*** *et la* ***précision*** *des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

Exercice	1	2	Total
Points	6	8	14
Note			

Exercice 1 .... 6 pts

Soient $A(-4;1)$, $B(6;5)$ et $C(4;10)$ dans un repère orthonormé.

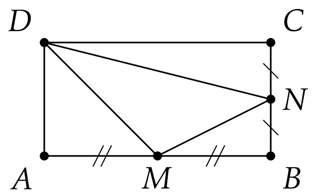
/4 1. En utilisant le produit scalaire, démontrer que le triangle ABC est un triangle rectangle.

/2 2. Déterminer les coordonnées de D tel que $ABCD$ soit un rectangle.

1. $\overrightarrow{BA} = \begin{pmatrix} -10 \\ -4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$.
   On en déduit :
   $$\begin{aligned} \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} &= -10 \times (-2) + (-4) \times 5 \\ &= 0 \end{aligned}$$
   $\boxed{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0}$, donc $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux.
   On en déduit que $\boxed{ABC \text{ est rectangle en } B}$.
2. ABC est rectangle en B.
   Donc pour que $ABCD$ soit un rectangle, il suffit qu'il soit un parallélogramme.
   On doit donc chercher D tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.
   On pose les deux équations qui découlent de cette égalité et on trouve $x_D = -6$ et $y_D = 6$.
   Donc il faut que D ait pour coordonnées $\boxed{(-6;6)}$ pour que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Exercice 2 .... 8 pts

On considère la figure ci-dessous sur laquelle $ABCD$ est un rectangle de longueur 2 et de largeur 1.



On se place dans le repère orthonormé $\left(A ; \overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AD}\right)$.

/2 1. Déterminer les coordonnées des points de la figure dans ce repère.

/3 2. Démontrer que $\overrightarrow{DM} \cdot \overrightarrow{DN} = \frac{5}{2}$.

/3 3. Déterminer une mesure arrondie si nécessaire à 10^{-2} près de chaque angle du triangle DMN.

1.
- $A(0;0)$
- $B(2;0)$
- $C(2;1)$
- $D(0;1)$
- $M(1;0)$
- $N\left(2;\frac{1}{2}\right)$

2. On calcule :
   - $\overrightarrow{DM} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
   - $\overrightarrow{DN} = \begin{pmatrix} 2 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

   On en déduit :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{DM} \cdot \overrightarrow{DN} &= 1 \times 2 + (-1) \times \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= \boxed{\frac{5}{2}}\end{aligned}$$

3. $\|\overrightarrow{DM}\| = \sqrt{2}$ et $\|\overrightarrow{DN}\| = \frac{\sqrt{17}}{2}$.

$$\begin{aligned}\widehat{MDN} &= \arccos\left(\frac{\overrightarrow{DM} \cdot \overrightarrow{DN}}{\|\overrightarrow{DM}\| \times \|\overrightarrow{DN}\|}\right) \\ &= \arccos\left(\frac{\frac{5}{2}}{\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{17}}{2}}\right) \\ &\approx \boxed{30{,}96°}\end{aligned}$$

   On procède de même pour trouver une mesure de l'angle $\widehat{DMN}$.
   On a besoin de calculer :
   - $\overrightarrow{MD} = -\overrightarrow{DM} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
   - $\overrightarrow{MN} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.
   - $\|\overrightarrow{MD}\| = \|\overrightarrow{DM}\| = \sqrt{2}$ et $\|\overrightarrow{MN}\| = \frac{\sqrt{5}}{2}$

   On en déduit : $\boxed{\widehat{DMN} = \arccos\left(\frac{\overrightarrow{MD} \cdot \overrightarrow{MN}}{\|\overrightarrow{MD}\| \times \|\overrightarrow{MN}\|}\right) \approx 108{,}43°}$.

   La somme des angles d'un triangle étant égale à 180°, on en déduit $\boxed{\widehat{DNM} \approx 40{,}61°}$.