Prénom : ...
Nom : ...
Classe : 1ère

DS de Mathématiques (Sujet A)

Le sujet est à rendre avec la copie.
*Les exercices sont **indépendants**. L'usage de la calculatrice **est autorisé** .*
*Il est rappelé que la qualité de la **rédaction**, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

Exercice	1	2	Total
Points	8	8	16
Note			

Exercice 1 .... 8 pts

Partie A

Soit P la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = x^2 - 7x + 6$.

/1 1. Résoudre l'équation $P(x) = 0$.

/1 2. Étudier le signe de P sur $\mathbb{R}$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $[0;7]$ par :

$$f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 36x$$

/1 1. Calculer la dérivée de f et vérifier que $f'(x) = 6P(x)$.

/3 2. Étudier les variations de f, et déterminer le maximum de f.

/2 3. On se place dans un repère du plan.
Déterminer une équation de la tangente T à la courbe représentative de f au point d'abscisse 2.

Partie A

1.

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4ac \\ &= (-7)^2 - 4 \times 1 \times 6 \\ &= 25\end{aligned}$$

$\Delta > 0$, donc l'équation $P(x) = 0$ admet deux solutions.

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{-(-7)-\sqrt{25}}{2\times 1} \\ &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_2 &= \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{-(-7)+\sqrt{25}}{2\times 1} \\ &= 6\end{aligned}$$

$$\boxed{S = \{1;6\}}$$

2. $P(x)$ est du signe de a sauf entre ses racines.
Ici, $a = 1 > 0$.
Ainsi :

x	$-\infty$		1		6		$+\infty$
$x^2 - 7x + 6$		+	0	−	0	+	

Partie B

1.

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2\times 3x^2 - 21\times 2x + 36\times 1 \\ &= 6x^2 - 42x + 36 \\ &= 6\left(x^2 - 7x + 6\right) \\ &= 6P(x) \end{aligned}$$

2. $f'(x) = 6P(x)$, donc $f'(x)$ est du signe de $P(x)$.

x	0		1		6		7
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	17	$\searrow$	-108	$\nearrow$	-91

3. L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2 est $y = f'(2)(x-2) + f(2)$.

$$\begin{aligned} y = f'(2)(x-2) + f(2) &\Leftrightarrow y = -24\times(x-2) + 4 \\ &\Leftrightarrow \boxed{y = -24x + 52} \end{aligned}$$

Exercice 2 .... 8 pts

Soit $f : x \mapsto \frac{x+2}{x^2-6x}$.

/1 1. Préciser l'ensemble de dérivabilité de f.

/4 2. Démontrer que $f'(x) = -\frac{(x-2)(x+6)}{x^2(x-6)^2}$.

/3 3. Dresser le tableau de variations de f.

1.
2.
3.

x	$-\infty$		-6		0		2		6		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|$	$+$	0	$-$	$\|$	$-$	

On en déduit :

x	$-\infty$		-6		0		2		6		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|$	$+$	0	$-$	$\|$	$-$	
$f(x)$		$\searrow$	$-\frac{1}{18}$	$\nearrow$	$\|$	$\nearrow$	$-\frac{1}{2}$	$\searrow$	$\|$	$\searrow$	

Prénom : ...
Nom : ...
Classe : 1ère

DS de Mathématiques (Sujet B)

Le sujet est à rendre avec la copie.
*Les exercices sont **indépendants**. L'usage de la calculatrice **est autorisé**.*
*Il est rappelé que la qualité de la **rédaction**, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

Exercice	1	2	Total
Points	8	8	16
Note			

Exercice 1 .... 8 pts

Partie A

Soit P la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = x^2 - 7x + 10$.

/1 1. Résoudre l'équation $P(x) = 0$.

/1 2. Étudier le signe de P sur $\mathbb{R}$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $[0;7]$ par :

$$f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 60x$$

/1 1. Calculer la dérivée de f et vérifier que $f'(x) = 6P(x)$.

/3 2. Étudier les variations de f, et déterminer le maximum de f.

/2 3. On se place dans un repère du plan.
Déterminer une équation de la tangente T à la courbe représentative de f au point d'abscisse 3.

Partie A

1.

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4ac\\ &= (-7)^2 - 4 \times 1 \times 10\\ &= 9\end{aligned}$$

$\Delta > 0$, donc l'équation $P(x) = 0$ admet deux solutions.

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\\ &= \frac{-(-7)-\sqrt{9}}{2\times 1}\\ &= 2\end{aligned} \qquad \begin{aligned}x_2 &= \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\\ &= \frac{-(-7)+\sqrt{9}}{2\times 1}\\ &= 5\end{aligned}$$

$$\boxed{S = \{2;5\}}$$

2. $P(x)$ est du signe de a sauf entre ses racines.
Ici, $a = 1 > 0$.
Ainsi :

x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
$x^2-7x+10$		+	0	−	0	+	

Partie B

1.

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2\times 3x^2 - 21\times 2x + 60\times 1 \\ &= 6x^2 - 42x + 60 \\ &= 6\left(x^2 - 7x + 10\right) \\ &= 6P(x) \end{aligned}$$

2. $f'(x) = 6P(x)$, donc $f'(x)$ est du signe de $P(x)$.

x	0		2		5		7
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	52	$\searrow$	25	$\nearrow$	77

3. L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 3 est $y = f'(3)(x-3) + f(3)$.

$$\begin{aligned} y = f'(3)(x-3) + f(3) &\Leftrightarrow y = -12\times(x-3) + 45 \\ &\Leftrightarrow \boxed{y = -12x + 81} \end{aligned}$$

Exercice 2 .... 8 pts

Soit $f : x \mapsto \frac{x-2}{x^2+6x}$.

/1 1. Préciser l'ensemble de dérivabilité de f.

/4 2. Démontrer que $f'(x) = -\frac{(x-6)(x+2)}{x^2(x+6)^2}$.

/3 3. Dresser le tableau de variations de f.

1.
2.
3.

x	$-\infty$		-6		-2		0		6		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$	0	$-$	

On en déduit :

x	$-\infty$		-6		-2		0		6		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\searrow$	$\|\|$	$\searrow$	$\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$\|\|$	$\nearrow$	$\frac{1}{18}$	$\searrow$	