

Prénom : ...
Nom : ...
Classe : 1ère



— DS de Mathématiques (Sujet A) —

Le sujet est à rendre avec la copie.

Les exercices sont **indépendants**. L'usage de la calculatrice **est autorisé**.

Il est rappelé que la **qualité de la rédaction**, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice	1	Total
Points	9	9
Note		

Exercice 1 9 pts

Un propriétaire propose à un commerçant deux types de contrat pour la location d'un local pendant 3 ans.

- 1^{er} contrat : un loyer de 250 € pour le premier mois puis une augmentation de 10 € par mois jusqu'à la fin du bail.
- 2^e contrat : un loyer de 250 € pour le premier mois puis une augmentation de 3 % par mois jusqu'à la fin du bail.

On modélise ces deux contrats par des suites (u_n) et (v_n) , de sorte que pour tout entier $n \geq 1$, le prix du loyer le n -ième mois avec le 1^{er} contrat est représenté par u_n et le prix du loyer le n -ième mois avec le 2^e contrat est représenté par v_n .

On a ainsi $u_1 = v_1 = 250$.

- /2 1. Calculer, pour chaque contrat, le prix du loyer du deuxième mois puis le loyer du troisième mois.
- /2 2. Préciser la nature et la raison des suites (u_n) et (v_n) .
- /2 3. Déterminer, pour tout entier $n \geq 1$, l'expression de u_n et de v_n en fonction de n .
- /3 4. Quel contrat coûtera le moins cher au total pour l'ensemble d'un bail de 3 ans ?

- $u_2 = u_1 + 10 = 250 + 10 = 260$.
 $u_3 = u_2 + 10 = 260 + 10 = 270$.
• $v_2 = v_1 \times 1,03 = 250 \times 1,03 = 257,5$
 $v_3 = v_2 \times 1,03 = 257,5 \times 1,03 = 265,225$.
- (u_n) est arithmétique de raison 10.
 (v_n) est géométrique de raison 1,03.
- $u_n = u_1 + (n - 1)r = 250 + (n - 1) \times 10 = 240 + 10n$.
 $v_n = v_1 \times q^{n-1} = 250 \times 1,03^{n-1}$.
- On calcule la somme des 36 premiers termes.

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{36} u_k &= 36 \times \frac{u_1 + u_{36}}{2} \\ &= 36 \times \frac{250 + 600}{2} \\ &= 15\,300 \end{aligned}$$

$$\sum_{k=1}^{36} v_k = v_1 \times \frac{1 - 1,03^{36}}{1 - 1,03}$$

$$= 250 \times \frac{1 - 1,03^{36}}{1 - 1,03}$$
$$\approx 15\,818,99$$

Le coût total du bail avec le premier contrat est de 15 300 €, et de environ 15 818,99 € avec le deuxième.

Le contrat le plus intéressant est le premier.

Prénom : ...
Nom : ...
Classe : 1ère



— DS de Mathématiques (Sujet B) —

Le sujet est à rendre avec la copie.

*Les exercices sont **indépendants**. L'usage de la calculatrice **est autorisé**.*

*Il est rappelé que la **qualité de la rédaction**, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

Exercice	1	Total
Points	9	9
Note		

Exercice 1 9 pts

Un propriétaire propose à un commerçant deux types de contrat pour la location d'un local pendant 3 ans.

- 1^{er} contrat : un loyer de 200 € pour le premier mois puis une augmentation de 5 € par mois jusqu'à la fin du bail.
- 2^e contrat : un loyer de 200 € pour le premier mois puis une augmentation de 2 % par mois jusqu'à la fin du bail.

On modélise ces deux contrats par des suites (u_n) et (v_n) , de sorte que pour tout entier $n \geq 1$, le prix du loyer le n -ième mois avec le 1^{er} contrat est représenté par u_n et le prix du loyer le n -ième mois avec le 2^e contrat est représenté par v_n .

On a ainsi $u_1 = v_1 = 200$.

- /2 1. Calculer, pour chaque contrat, le prix du loyer du deuxième mois puis le loyer du troisième mois.
- /2 2. Préciser la nature et la raison des suites (u_n) et (v_n) .
- /2 3. Déterminer, pour tout entier $n \geq 1$, l'expression de u_n et de v_n en fonction de n .
- /3 4. Quel contrat coûtera le moins cher au total pour l'ensemble d'un bail de 3 ans?

1. • $u_2 = u_1 + 5 = 200 + 5 = 205$.
 $u_3 = u_2 + 5 = 205 + 5 = 210$.
- $v_2 = v_1 \times 1,02 = 200 \times 1,02 = 204$
 $v_3 = v_2 \times 1,02 = 204 \times 1,02 = 208,08$.

2. (u_n) est arithmétique de raison 5.
 (v_n) est géométrique de raison 1,02.

3. $u_n = u_1 + (n-1)r = 200 + (n-1) \times 5 = 195 + 5n$.
 $v_n = v_1 \times q^{n-1} = 200 \times 1,02^{n-1}$.

4. On calcule la somme des 36 premiers termes.

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{36} u_k &= 36 \times \frac{u_1 + u_{36}}{2} \\ &= 36 \times \frac{200 + 375}{2} \\ &= 10\,350 \end{aligned}$$

$$\sum_{k=1}^{36} v_k = v_1 \times \frac{1 - 1,02^{36}}{1 - 1,02}$$

$$= 200 \times \frac{1 - 1,02^{36}}{1 - 1,02}$$
$$\approx 10\,398,87$$

Le coût total du bail avec le premier contrat est de 10 350 €, et de environ 10 398,87 € avec le deuxième.

Le contrat le plus intéressant est le premier.